

数 学 問 題

はじめに、これを読みなさい。

1. この問題用紙は6 ページある。ただし、 ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、 受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい、 解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は、 すべて解答用紙の所定欄にマークするか、 または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。解答欄は裏面にもある。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は、 必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入すること。
7. 訂正する場合は、 消しゴムできれいに消し、 消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、 絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、 必ず提出すること。ただし、 この問題冊子は、 必ず持ち帰ること。
10. 試験時間は 60 分である。
11. マークシート記入例

良い例	悪い例
	

〔Ⅰ〕 a, b, c は正の整数である。以下の問に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

(1) $a^2 - 8a + b + 12 \leq 0$ となる a, b の組は全部で アイ 通りある。

(2) $a^3 + b^3 = 3c, a + b \leq 10$ となる a, b, c の組は全部で ウエ 通りある。

(3) $\log_{10} a + \log_{10} b + \log_{10} 5 = 5$ となる a, b の組は全部で オカ 通りある。

(4) $\frac{1}{20} \leq \frac{1}{a} \leq \frac{1}{\sqrt{b}}$ となる a, b の組は全部で キクケコ 通りある。

(5) $\int_1^5 (6x^2 - 2ax - b) dx \geq 0$ となる a, b の組は全部で サシス 通りある。

(このページは計算用紙として使用しないでください。)

〔Ⅱ〕 平面上に三角形 ABC と点 O を中心とするこの三角形の内接円がある。3 辺の長さは $AB = 8$ ， $BC = 5$ ， $CA = 7$ である。また，直線 AO と辺 BC の交点を P，直線 CO と辺 AB の交点を Q とし，点 O から辺 BC に下ろした垂線の足を H とする。 $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ とする。

以下の問に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。ただし，分数はすべて既約分数にしなさい。

(1) $\cos \angle ACB = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ であり，三角形 ABC の面積は

$\boxed{\text{タチ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$ である。また， $\angle ACQ = \angle BCQ$ より，

$\cos \angle ACQ = \frac{\boxed{\text{テ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

(2) 3 辺の長さの比より， $\overrightarrow{CQ} = \frac{\boxed{\text{ニ}} \vec{a} + \boxed{\text{ヌ}} \vec{b}}{\boxed{\text{ネノ}}}$ である。

また， $\overrightarrow{CO} = \frac{\boxed{\text{ハ}} \vec{a} + \boxed{\text{ヒ}} \vec{b}}{\boxed{\text{フヘ}}}$ であり，

$\overrightarrow{OH} = \frac{-\boxed{\text{ホ}} \vec{a} + \boxed{\text{マミ}} \vec{b}}{\boxed{\text{マミ}}}$ である。

(このページは計算用紙として使用しないでください。)

〔Ⅲ〕 次の θ の関数を考える。

$$y = 10 \sin^2 \theta + 5\sqrt{3} \sin 2\theta - a(\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta)$$

ただし、 a は実数の定数とし、 θ は $0^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ を満たすものとする。

以下の間に答えなさい。

設問(1)は空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。

設問(2)は裏面の所定の欄に解答のみを書きなさい。

設問(3)は裏面の所定の欄に解答と計算の途中式を書きなさい。

- (1) $x = \sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$ とおくと、 x は

$$x = \boxed{\text{ム}} \sin \left(\theta + \boxed{\text{メモ}}^\circ \right)$$

と表される。 x の取り得る値の範囲は、 $\boxed{\text{ヤ}} \leq x \leq \sqrt{\boxed{\text{ユ}}}$ である。

- (2) y を x を用いて表した式を書きなさい。
(3) (2)の式により y を x の関数として、 y の最小値と最大値を求めなさい。

（このページは計算用紙として使用しないでください。）

