

数 学 問 題

はじめに、これを読むこと。

1. この問題用紙は3ページまでである。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. 問題は、1ページから3ページに書かれている。それ以外のページは、計算用紙として使用してよい。
3. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
4. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
5. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しない。
6. 分数形で解答する場合は、それ以上約分できない形で答えなさい。また、根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
7. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
8. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
9. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
10. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
11. **解答用紙はすべて回収する。**持ち帰らず、必ず提出しなさい。ただし、この問題用紙は、必ず持ち帰りなさい。
12. 試験時間は60分である。
13. マーク記入例

良い例	悪い例
	

※ この問題用紙は、必ず持ち帰りなさい。

〔Ⅰ〕 次の各問の に入る数値を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1. $0 \leq \theta < 45^\circ$ について, $\sqrt{3} \tan^2 \theta - 4 \tan \theta + \sqrt{3} = 0$ を満たすとき,

$$\sin \theta = \text{(1)} \quad , \quad \cos \theta = \text{(2)}$$

である。

2. それぞれ 1 から 5 までの数字が書かれた 5 枚のカードがある。このカードを, 1 回目に引いたカードは戻さずに, 続けて 2 回引く。1 回目に引いたカードの数字を a , 2 回目に引いたカードの数字を b とする。

(3) は不備があったため、全員正解にしたと大学から発表がありました。

また、本文はその関係から入試時のものから修正されている部分があります。

また, $a \leq 3$ がかつ, $a + b$ が偶数となる確率は, (4) である。

3. $x > 0$ かつ $x \neq 2$ について, $f(x) = \frac{\log_2 x + 1}{\log_2 x - 1}$ と置くとき,

$f(x) \cdot f(x) = 9$ を満たすならば, $x = \text{(5)}$, または $x = \sqrt{\text{(6)}}$ である。

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

E. 4 F. 5 G. 6 H. 7

I. 8 J. 9 K. 10 L. 11

M. 12 N. 13 O. 14 P. 15

Q. $\frac{1}{2}$ R. $\frac{1}{3}$ S. $\frac{2}{3}$ T. $\frac{1}{4}$

U. $\frac{3}{4}$ V. $\frac{1}{5}$ W. $\frac{2}{5}$ X. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Y. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ Z. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

〔Ⅱ〕 次のア～トに当てはまる 0～9 の数字を解答欄にマークせよ。

1. $f(x) = x^2(x-1)^2$, $g(x) = 2x(x-1)^2$ とするとき, $f(x) \leq g(x)$ を満たす x の範囲は, $\boxed{\text{ア}} \leq x \leq \boxed{\text{イ}}$ である。

また, $f(x) - g(x)$ が, 最も小さくなるのは,

$$x = \boxed{\text{ウ}} \pm \frac{\boxed{\text{エ}}}{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}$$
 のときであり, このとき,

$$f(x) - g(x) = -\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$
 となる。

2. a, b を実数とし, $0 < a < b$ とする。このとき,

$f(x) = x(x-a)(x-b)$ と置き, 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積を S とする。

$F(x) = \int f(x) dx + C$ とするとき,

$$F(a) - F(0) = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}} a^2 b^2 - \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}} a^2 (b-a)^2$$

と表せるので, 同様にして, $F(b) - F(0)$ を求めれば,

$$S = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}} a^2 b^2 - \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} a^2 (b-a)^2 + \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}} b^2 (b-a)^2$$

となる。従って, $2a = b$ を満たすとき, $S \leq ab$ を満たす a の範囲は,

$$\boxed{\text{テ}} < a \leq \boxed{\text{ト}}$$

である。

〔Ⅲ〕

1. (1) 50 以下の自然数で, 2 の倍数の個数を求めよ。
(2) 50 以下の自然数で, 5 の倍数の総和を求めよ。
(3) 1 未満の正の数で, 分母が 50 の既約分数の総和を求めよ。

2. p と q を異なる素数, a と b を自然数とし, $n = p^a q^b$ とする。
(1) n 以下で, p の倍数でも, q の倍数でもない自然数の個数を求めよ。
(2) 1 未満の正の数で, 分母が n の既約分数の総和を求めよ。

