

数 学 問 題

はじめに、これを読みなさい。

1. この問題用紙は9ページある。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。白紙は計算用紙として使用してよい。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は、鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
7. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 問題は〔Ⅰ〕～〔Ⅴ〕まで5問ある。〔Ⅰ〕,〔Ⅱ〕は必ず解答すること。〔Ⅲ〕,〔Ⅳ〕,〔Ⅴ〕はいずれか2問を選択して解答すること。
10. 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、必ず提出すること。ただし、この問題用紙は、必ず持ち帰ること。
11. 試験時間は60分である。
12. マーク記入例

良い例	悪い例
	

[I] (1)～(4)において、Ⓐ, Ⓑ, Ⓒの値の大小関係を調べ、最大のものと最小のものを、それぞれ所定の解答欄(表面)にマークせよ。

(1) Ⓐ 2^{60} Ⓑ 3^{40} Ⓒ 10^{20}

(2) 次の数の正の約数の個数

Ⓐ 144 Ⓑ 200 Ⓒ 216

(3) 円 $x^2 + y^2 = 1$ を x 軸方向に 3.3, y 軸方向に -2.2 平行移動したところ、
 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ となった。

Ⓐ a Ⓑ b Ⓒ c

(4) a, b, c は 0 より大きい実数で、互いに異なり、

$$a - |b - c| < b - c$$

$$b - |c - a| < c - a$$

であるとき、

Ⓐ a Ⓑ b Ⓒ c

(このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。)

〔Ⅱ〕 所定の解答欄(表面)に、解答をマークせよ。

問題文中の ア , イ などとは答が1ケタであることを,

エオ , カキ などとは答が2ケタであることを表している。

なお、分数形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えること。

(1) $2x + \sqrt{x} - 6 = 0$ を満たす実数 x の値は、 $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。

(2) 平面上の点 O を中心とした半径4の円周上に3点 A, B, C があり、

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ としたとき、次の関係式が成り立つとする。

$$2\vec{a} + 3\vec{b} = 4\vec{c}$$

このとき、

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \text{ウ}$$

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = \text{エオ}$$

$$\vec{c} \cdot \vec{a} = \text{カキ}$$

である。

(3) $\log_2 (\cos 15^\circ - \sin 15^\circ)$

$$= \log_2 \sqrt{\text{ク}} \left(\cos \text{ケコ}^\circ \cos 15^\circ - \sin \text{ケコ}^\circ \sin 15^\circ \right)$$

$$= -\frac{1}{\text{サ}}$$

- (4) $f(x) = ax^2 + bx + c$ (a, b, c は実数, $a \neq 0$) に対し, $f(x) = 0$ が $\alpha < x < \beta$ の区間に解をもつためには, 下の(i)~(v)の条件は, ㉠必要条件, ㉢十分条件, ㉡必要十分条件, ㉣必要条件でも十分条件でもない, のいずれに該当するかを判断し, 解答欄にマークせよ。

(i) $b^2 \geq 4ac$

(ii) $\alpha < -\frac{b}{2a} < \beta$

(iii) $\{f(\alpha)\}^2 + \{f(\beta)\}^2 > 0$

(iv) $f(\alpha)f(\beta) < 0$

(v) $f\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) = 0$

〔Ⅲ〕, 〔Ⅳ〕, 〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお3問すべてに解答した場合は, 高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅲ〕 所定の解答欄(表面)に, (1)~(4)については答のみを, (5)については解答経過と答をともに記せ。

x の1次式 $f_n(x) = a_n x + b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が, $f_1(x) = x + 1$,
かつ $xf_{n+1}(x) = x^2 + 2 \int_0^x f_n(t) dt$ を満たすとき, 次の問に答えよ。

(1) $f_2(x)$, $f_3(x)$ を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(4) $f_n(x)$ を求めよ。

(5) xy 平面上において, 放物線 $y = 4 - x^2$ と直線 $y = f_n(x)$ が接する場合の n が1つだけ存在する。その値を求めよ。また, その接点の座標を求めよ。

(このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。)

〔Ⅲ〕, 〔Ⅳ〕, 〔Ⅴ〕のうち 2 問を選択して解答せよ。(なお 3 問すべてに解答した場合は, 高得点の 2 問を合計得点に含める。)

〔Ⅳ〕 所定の解答欄(裏面)に, (1), (2), (4)については答のみを, (3)については解答経過と答をともに記せ。

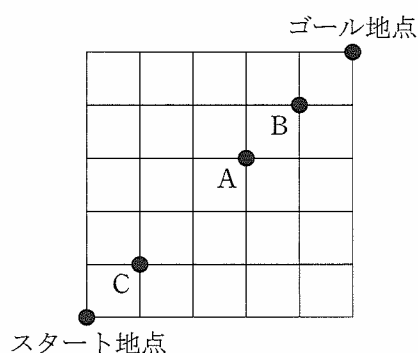
円に内接する正三角形 ABC において, 弧 AB 上に点 D をとる。ただし, 点 D は点 A とも点 B とも異なる点とする。また, $\angle ACD = \theta$ とし, $\triangle ABC$ の各辺の長さを ℓ とする。このとき, 次の問に答えよ。

- (1) $\angle ADC$ の角度を求めよ。
- (2) $\cos \theta$ を, CD , DB , ℓ を使って表せ。
- (3) $AD + DB = CD$ となることを示せ。
- (4) $AD + DB$ の最大値を ℓ で表せ。

(このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。)

〔Ⅲ〕, 〔Ⅳ〕, 〔Ⅴ〕のうち 2 問を選択して解答せよ。(なお 3 問すべてに解答した場合は, 高得点の 2 問を合計得点に含める。)

〔Ⅴ〕 所定の解答欄(裏面)に, (1)~(5)について計算式と答をともに記せ。



東西に延びる 6 本の道と, 南北に延びる 6 本の道が交差して碁盤の目のように区分された街がある。南西の隅にスタート地点があり, 北東の隅にゴール地点がある。そして図に示すとおり, 街中の交差点に A, B, C の 3 つのスポットがある。スタート地点からゴール地点に向かうには東西あるいは南北の道を進むしかなく, また, 道はすべて一方通行で, 東または北にしか進めない。このとき, 次の問に答えよ。

- (1) スタート地点からゴール地点まで移動する道筋は何通りあるか。
- (2) スポット A を必ず通り, スタート地点からゴール地点まで移動する道筋は何通りあるか。
- (3) 逆に, スポット A を通らないで, スタート地点からゴール地点まで移動する道筋は何通りあるか。
- (4) スポット A とスポット B の両方とも通らないで, スタート地点からゴール地点まで移動する道筋は何通りあるか。
- (5) スポット C を通らないで, かつスポット B を必ず通り, スタート地点からゴール地点まで移動する道筋は何通りあるか。

(以上問題終)

