

数 学 問 題

はじめに、これを読むこと。

(注意事項)

1. この問題用紙は 15 ページまでである。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. これは、数学の問題である。解答用紙が出願時に選択した科目であるかどうか確認のうえ、解答すること。
3. 解答用紙の所定の欄に、必ず氏名を記入すること。
4. 解答用紙には受験番号が印刷されているので、受験番号が正しいかどうか受験票と照合し確認すること。
5. 解答はすべて「解答用紙」の解答欄に記入またはマークすること。解答欄以外のところは何も記入しないこと。
6. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入すること。
7. 訂正は消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 文字は一点一画まで正確に書くこと。
10. 解答用紙は持ち帰らないこと。
11. この問題用紙は必ず持ち帰ること。
12. この試験時間は 60 分である。
13. マークの記入例

良い例	悪い例
	

〔Ⅰ〕 次の各問の にあてはまる数を解答群から選び、解答用紙の所定の欄にマークせよ。同一のものを何回使用してもよい。また、分数はすべて既約分数で表し、根号の中の平方数は根号の外に出して簡略化せよ。

(1) a を自然数とする。 x についての 3 次方程式

$$x^3 - (1 - 2a)x^2 + (68 - 2a)x - 68 = 0$$

を考える。

- ① この方程式は、 a の値によらず、 $x =$ ア を解にもつ。
② この方程式の解がすべて整数となるとき、 $a =$ イウ である。

《解答群》

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | ⓰ 9 |

このページは計算用紙として使用しないでください。

(2) i を虚数単位とし, $i^2 = -1$ である。 x についての方程式

$$(1 + i)x^2 + (4k + i)x + 1 + 4ki = 0$$

が, 実数解をもつような実数 k の値は, $k = -\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

《解答群》

Ⓐ 0

Ⓑ 1

Ⓒ 2

Ⓓ 3

Ⓔ 4

Ⓕ 5

Ⓖ 6

Ⓗ 7

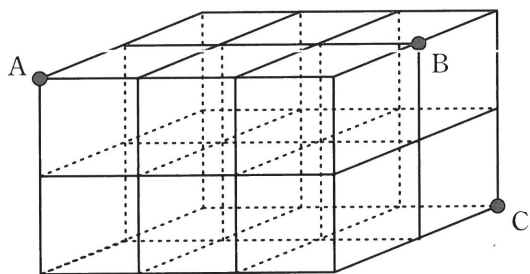
Ⓘ 8

Ⓙ 9

このページは計算用紙として使用しないでください。

(3) 下図のように12個の立方体を積み重ねた。図の実線と点線は元の立方体の各辺に対応している。

- ① この図の実線または点線に沿って進むとき、点Aから点Bを通って点Cに至る最短経路は アイ 通りある。
- ② この図の実線または点線に沿って進むとき、点Aから点Cに至る最短経路のうち点Bを通らない経路は ウエオ 通りある。



《解答群》

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | ⓵ 9 |

このページは計算用紙として使用しないでください。

- (4) 原点を O とする座標平面上に 3 点 A, B, C がある。点 P は線分 AB 上を、
点 Q は線分 AC 上を

$$\overrightarrow{OP} = (1-t)\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}, \quad \overrightarrow{OQ} = t\overrightarrow{OA} + (1-t)\overrightarrow{OC}, \quad 0 \leq t \leq 1$$

を満たしながら動く。また、点 K は線分 PQ 上を

$$\overrightarrow{OK} = s\overrightarrow{OP} + (1-s)\overrightarrow{OQ}, \quad 0 \leq s \leq 1$$

を満たしながら動く。このとき、すべての s と t について、

$$\overrightarrow{OK} = (5st - 2s - 2t + 1, 5st - 3s - 3t + 2)$$

が成り立つ。

① $\overrightarrow{OB} = (\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ である。

② $\angle BAC = \theta$ とおくと、 $\cos \theta = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

《解答群》

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | ⓫ 9 |

このページは計算用紙として使用しないでください。

(5) 15 個の値からなるデータがある。

① 15 個のデータのうちの 5 個の値は 2, 3, 4, 5, 6 である。これら 5 個の値の分散は である。

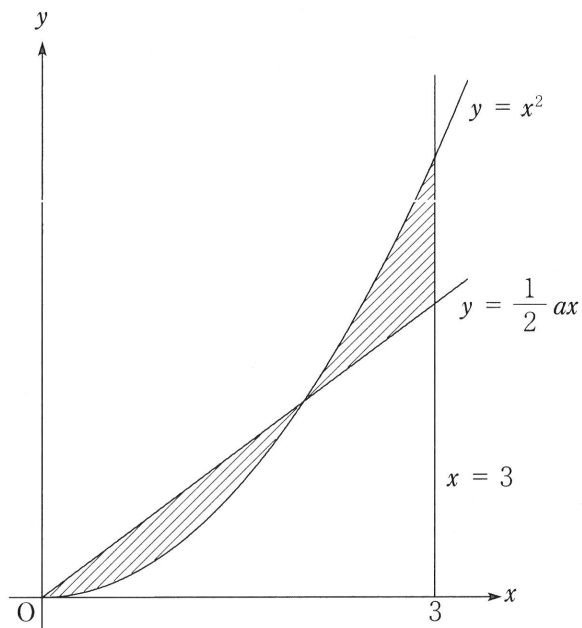
② 残りの 10 個の値の平均値が 7, 分散が 11 であるとき, 15 個のデータ全体の平均は , 分散は である。

《解答群》

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓙ 8 | ⓫ 9 |

このページは計算用紙として使用しないでください。

- (6) $0 < a < 6$ とする。下の図において放物線 $y = x^2$ と直線 $y = \frac{1}{2}ax$ および直線 $x = 3$ で囲まれた2つの斜線部の面積の和を最小とする定数 a の値は、
 $a = \boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ である。



《解答群》

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 0 | (B) 1 | (C) 2 | (D) 3 | (E) 4 |
| (F) 5 | (G) 6 | (H) 7 | (I) 8 | (J) 9 |

このページは計算用紙として使用しないでください。

〔Ⅱ〕 数列 $\{a_n\}$ は次の条件を満たしている。

$$a_1 = \frac{1}{16}, \quad a_{n+1} = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{a_n}{1+2a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) $b_n = \frac{n}{a_n}$ とおく。 $b_{n+1} - b_n$ を n の式で表すと、 である。

(2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項は、 である。

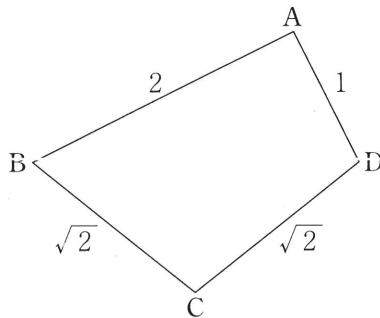
(3) $a_n \geq \frac{1}{9}$ となるような最大の n の値は、 $n =$ である。

このページは計算用紙として使用しないでください。

〔Ⅲ〕 四角形 ABCD (下図) は、次の 2 つの条件を満たすとする。

- (i) $AB = 2$, $BC = CD = \sqrt{2}$, $DA = 1$ 。
- (ii) すべての内角は正であり、かつ π ラジアン未満である。

このとき、以下の空欄にあてはまる数を答えよ。



- (1) BD の長さを x とするとき、 x^2 のとりうる範囲は

$$\boxed{} < x^2 < \boxed{}$$

である。

- (2) $\angle BAD$, $\angle BCD$ の大きさをそれぞれ α , γ とする。 α と γ の関係は

$$\cos \alpha - \cos \gamma = \boxed{}$$

を満たす。

- (3) $\triangle ABD$, $\triangle BCD$ の面積をそれぞれ S , T とするとき、

$S^2 + T^2$ は $\cos \alpha = \boxed{}$ のとき最大値 $\boxed{}$ をとる。このとき、
 $BD = \boxed{}$ となる。