

〔Ⅰ〕

〔解答〕

	(1)	(2)	(3)	(4)
最大	C	A	C	C
最小	A	B	B	A

〔解説〕

(1)

ある正の数 a に対して、 x^a は $x > 0$ において単調増加である。 $2^{\frac{1}{2}}, \sqrt[3]{3}, 5^{\frac{1}{4}}$ はすべて正であるから、各値の大小と12乗した値の大小は等しい。それぞれを12乗すると

$$\begin{aligned} \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{12} &= 2^6 = 64 \\ \left(\sqrt[3]{3}\right)^{12} &= \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{12} = 3^4 = 81 \\ \left(5^{\frac{1}{4}}\right)^{12} &= 5^3 = 125 \end{aligned}$$

となる。よって最大は $5^{\frac{1}{4}}$ 、最小は $2^{\frac{1}{2}}$ となる。

(2)

すべての自然数 n に対して、初項1、公比 $-\frac{1}{2}$ の等比数列の初項から第 n 項までの和 S_n は

$$\begin{aligned} S_n &= 1 \cdot \frac{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{2}{3} \left\{ 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n \right\} \end{aligned}$$

となる。よって、 $S_{2n-1}, S_{2n}, S_{2n+1}$ の大小に関して、 $1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{2n-1}, 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{2n}, 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{2n+1}$ の大小を調べればよい。

$$\begin{aligned} \left(-\frac{1}{2}\right)^{2n-1} &= \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \\ \left(-\frac{1}{2}\right)^{2n} &= \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} \cdot \frac{1}{4} \\ \left(-\frac{1}{2}\right)^{2n+1} &= \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) \end{aligned}$$

であるから、

$$\begin{aligned} \left(-\frac{1}{2}\right)^{2n} &> \left(-\frac{1}{2}\right)^{2n+1} > \left(-\frac{1}{2}\right)^{2n-1} \\ \Leftrightarrow 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{2n} &< 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{2n+1} < 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{2n-1} \\ \Leftrightarrow S_{2n} &< S_{2n+1} < S_{2n-1} \end{aligned}$$

となる。したがって、最大は S_{2n-1} であり、最小は S_{2n} である。

(3)

$\sin \theta + \cos \theta = \frac{7}{5}$ であるから、 $\sin \theta \cos \theta$ を求めると

$$\begin{aligned} \sin \theta \cos \theta &= \frac{1}{2} \left\{ (\sin \theta + \cos \theta)^2 - (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{7}{5}\right)^2 - 1 \right\} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{24}{25} \\ &= \frac{12}{25} \end{aligned}$$

となる。次に $(\sin \theta - \cos \theta)^2$ を求めると

$$\begin{aligned} (\sin \theta - \cos \theta)^2 &= \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= 1 - 2 \cdot \frac{12}{25} \\ &= \frac{1}{25} \end{aligned}$$

となる。 $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ を求めると

$$\begin{aligned} \sin^3 \theta + \cos^3 \theta &= (\sin \theta + \cos \theta) (\sin^2 \theta - \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta) \\ &= \frac{7}{5} \cdot \left(1 - \frac{12}{25}\right) \\ &= \frac{91}{125} \end{aligned}$$

となる。よって、 $\frac{1}{25} = \frac{5}{125} < \frac{12}{25} = \frac{60}{125} < \frac{91}{125}$ となるから、最大は $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ であり、最小は

$(\sin \theta - \cos \theta)^2$ である。

(4)

点Qは点Pと直線 $y = 2x$ に関して対称な点であるから、線分PQは直線 $y = 2x$ と直交し、その交点は線分PQの中点である。ここで、線分PQの傾きは $-\frac{1}{2}$ であり、その中点は

$\left(\frac{m+a}{2}, \frac{m+b}{2}\right)$ である。中点は直線 $y = 2x$ 上にあるから

$$\begin{aligned} \begin{cases} \frac{m-b}{m-a} = -\frac{1}{2} \\ \frac{m+b}{2} = 2 \cdot \frac{m+a}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b = 3m \\ 2a-b = -m \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{5}m \\ b = \frac{7}{5}m \end{cases} \end{aligned}$$

となる。次に、点Rについて、直線 $y = \frac{1}{2}x$ と $y = 2x$ は直線 $y = x$ に関して対称であり、点Pは直線 $y = x$ 上にあるから、点QとRも直線 $y = x$ に関して対称である。よって、

$$c = \frac{7}{5}m, d = \frac{1}{5}m$$

となる。 $m > 0$ より、 $a < b < c+d$ であるから、最大は $c+d$ 、最小は a である。

【Ⅱ】

【解答】

(1)	ア	3
	イ	4
	ウ	3
	エ	5
(2)	オ	3
	カ	6
	キ	5
	ク	5
(3)	ケ	1
	コ	6
	サ	4
(4)	シ	8
	ス	1
	セ	3
	ソ	5

【解説】

(1)

$$\begin{aligned} &|4x+1|\leq 2 \\ \Leftrightarrow &-2\leq 4x+1\leq 2 \\ \Leftrightarrow &-\frac{3}{4}\leq x\leq \frac{1}{4} \qquad \cdots \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

であり、

$$\begin{aligned} &|10x+1|\geq 5 \\ \Leftrightarrow &10x+1\leq -5, \ 5\leq 10x+1 \\ \Leftrightarrow &x\leq -\frac{3}{5}, \ \frac{2}{5}\leq x \qquad \cdots \cdots \textcircled{2} \end{aligned}$$

である。したがって、①、②の共通部分を考えることで、与えられた連立不等式の解は

$$-\frac{3}{4}\leq x\leq -\frac{3}{5}$$

である。

(2)

$\frac{1}{(k+1)(k+3)}$ を部分分数分解すると

$$\frac{1}{(k+1)(k+3)}=-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k+3}-\frac{1}{k+1}\right)$$

となる。よって、

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^8\frac{1}{(k+1)(k+3)} &= \left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\sum_{k=0}^8\left(\frac{1}{k+3}-\frac{1}{k+1}\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left\{\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{1}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{11}-\frac{1}{9}\right)\right\} \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{11}-\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{144}{110}\right) \\ &= \frac{36}{55} \end{aligned}$$

となる。

(3)

6^{20} の常用対数をとると

$$\begin{aligned} \log_{10} 6^{20} &= 20\log_{10} 6 \\ &= 20(\log_{10} 2+\log_{10} 3) \\ &= 20(0.3010+0.4771) \\ &= 15.562 \end{aligned}$$

となる。よって、

$$\begin{aligned} 15 &< \log_{10} 6^{20} < 16 \\ \Leftrightarrow 10^{15} &< 6^{20} < 10^{16} \end{aligned}$$

となり、 6^{20} は16ケタの数である。次に、 $\left(\frac{2}{3}\right)^{20}$ の常用対数をとると

$$\begin{aligned} \log_{10} \left(\frac{2}{3}\right)^{20} &= 20\log_{10} \left(\frac{2}{3}\right) \\ &= 20(\log_{10} 2-\log_{10} 3) \\ &= 20(0.3010-0.4771) \\ &= -3.522 \end{aligned}$$

となる。よって、

$$\begin{aligned} -4 &< \log_{10} \left(\frac{2}{3}\right)^{20} < -3 \\ \Leftrightarrow 10^{-4} &< \left(\frac{2}{3}\right)^{20} < 10^{-3} \end{aligned}$$

となり、 $\left(\frac{2}{3}\right)^{20}$ は小数第4位に初めて0でない数字が現れる。

(4)

$x^2+y^2\leq 25$ において、 $x^2\geq 0, \ y^2\geq 0$ であるから

$$\begin{aligned} -5 &\leq x \leq 5 \\ -5 &\leq y \leq 5 \end{aligned}$$

となる。まず、軸上の点について、 x 座標と y 座標がともに整数となる点は

$$\{5-(-5)+1\}+\{5-(-5)+1\}-1=21(\text{個})$$

である。次に、軸上でない点について考える。対称性から $1\leq x\leq 5, \ 1\leq y\leq 5$ について考える。

[1] $x=1$ のとき

このとき

$$\begin{aligned} 1+y^2 &\leq 25 \\ y^2 &\leq 24 \end{aligned}$$

となり、

$$y=1, 2, 3, 4$$

のとき、 $x^2+y^2\leq 25$ を満たす。よって、点Pは4個である。

[2] $x=2$ のとき

このとき

$$\begin{aligned} 4+y^2 &\leq 25 \\ y^2 &\leq 21 \end{aligned}$$

となり、

$$y=1, 2, 3, 4$$

のとき、 $x^2+y^2\leq 25$ を満たす。よって、点Pは4個である。

[3] $x=3$ のとき

このとき

$$\begin{aligned} 9+y^2 &\leq 25 \\ y^2 &\leq 16 \end{aligned}$$

となり、

$$y=1, 2, 3, 4$$

のとき、 $x^2+y^2\leq 25$ を満たす。よって、点Pは4個である。

[4] $x=4$ のとき

このとき

$$\begin{aligned} 16+y^2 &\leq 25 \\ y^2 &\leq 9 \end{aligned}$$

となり、

$$y=1, 2, 3$$

のとき、 $x^2+y^2\leq 25$ を満たす。よって、点Pは3個である。

[5] $x=5$ のとき

このとき

$$\begin{aligned} 25+y^2 &\leq 25 \\ y^2 &\leq 0 \end{aligned}$$

となり、 $x^2+y^2\leq 25$ を満たす y は存在しない。

以上[1],[2],[3],[4],[5]より、 $1\leq x\leq 5, \ 1\leq y\leq 5$ において、点Pは $4+4+4+3=15$ 個存在する。よって、対称性から、軸上でない点に関して、点Pは $15\cdot 4=60$ 個存在する。したがって、

$$21+60=81(\text{個})$$

ある。また、点P(x, y), Q(5, 0)について、

$$\overline{\text{OP}}\cdot\overline{\text{OQ}}=5x$$

であり、 $\overline{\text{OP}}\cdot\overline{\text{OQ}}\geq 5$ を満たすとき、

$$\begin{aligned} 5x &\geq 5 \\ \Leftrightarrow x &\geq 1 \end{aligned}$$

である。軸上の点Pのうち、 $x\geq 1$ を満たすのは5個である。また、軸上でない点Pのうち、 x

≥ 1 を満たすのは、 $15\cdot 2=30$ 個である。したがって、 $\overline{\text{OP}}\cdot\overline{\text{OQ}}\geq 5$ を満たす点Pは

$$5+30=35(\text{個})$$

ある。

〔Ⅲ〕

〔解答〕

(1) $Q(-3t+2, 9t^2-12t+4)$

(2) $M(-t+1, 3t^2-4t)$

(3) (2)より、曲線 C_3 上の点 (x, y) について、

$$x = -t + 1, y = 3t^2 - 4t$$

となる。これらから t を消去して整理することで、曲線 C_3 の方程式は、

$$\begin{aligned} y &= 3(-x+1)^2 - 4(-x+1) \\ \Leftrightarrow y &= 3x^2 - 2x - 1 \end{aligned}$$

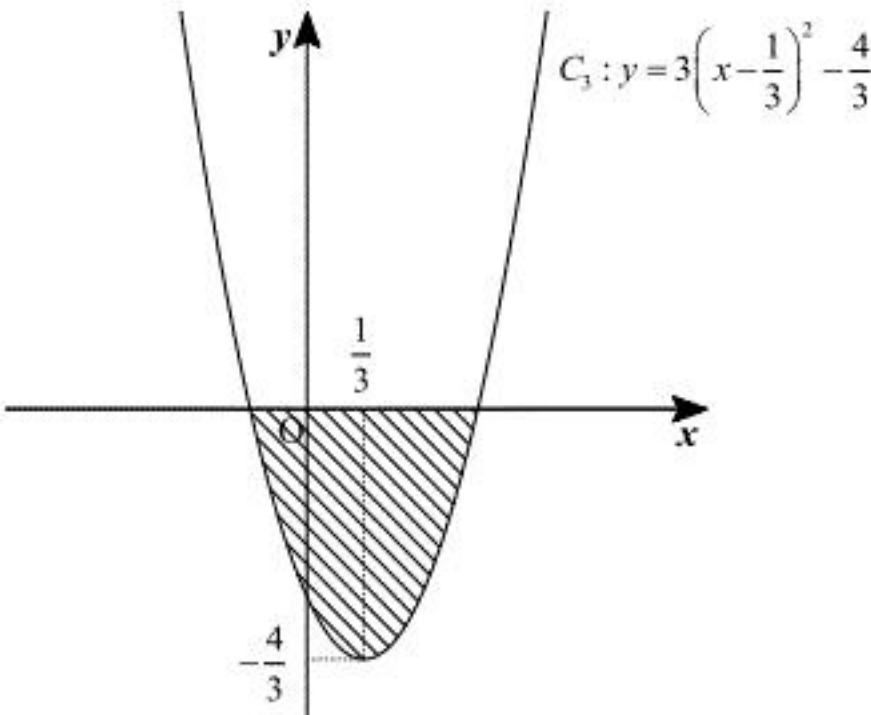
となる。

(答) $y = 3x^2 - 2x - 1$

(4) (3)より、曲線 C_3 の方程式を平方完成すると、

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 2x - 1 \\ \Leftrightarrow y &= 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{4}{3} \end{aligned}$$

となる。これより、曲線 C_3 を図示すると、曲線 C_3 と x 軸で囲まれる領域は下図の斜線部である。



ここで、曲線 C_3 と x 軸の交点の x 座標は

$$\begin{aligned} 3x^2 - 2x - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-1)(3x+1) &= 0 \\ \therefore x &= -\frac{1}{3}, 1 \end{aligned}$$

となる。したがって、求める面積は

$$\begin{aligned} \int_{-\frac{1}{3}}^1 -(3x^2 - 2x - 1) dx &= -3 \int_{-\frac{1}{3}}^1 \left(x + \frac{1}{3}\right)(x-1) dx \\ &= -3 \cdot \frac{-1}{6} \cdot \left\{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)\right\}^3 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^3 \\ &= \frac{32}{27} \end{aligned}$$

となる。

(答) $\frac{32}{27}$

〔解説〕

(1) 曲線 $C_1: y = -3x^2 + 4x - 4$ を x で微分すると

$$y' = -6x + 4$$

となる。よって、点 P を接点とする接線の傾きは $-6t + 4$ となる。また、曲線 $C_2: y = x^2$ を x で微分すると

$$y' = 2x$$

となる。よって、点 Q を接点とする接線の傾きは、点 $Q(s, s^2)$ とすると、 $2s$ となる。したがって、接線の傾きが同じであることより

$$\begin{aligned} -6t + 4 &= 2s \\ \therefore s &= -3t + 2 \end{aligned}$$

となる。このとき、

$$s^2 = (-3t + 2)^2 = 9t^2 - 12t + 4$$

であるから、点 Q の座標は

$$Q(-3t+2, 9t^2-12t+4)$$

となる。

(2) (1)より、点 M の座標は

$$\begin{aligned} \left(\frac{t+s}{2}, \frac{-3t^2+4t-4+s^2}{2}\right) &= \left(\frac{t-3t+2}{2}, \frac{-3t^2+4t-4+9t^2-12t+4}{2}\right) \\ &= (-t+1, 3t^2-4t) \end{aligned}$$

となる。

〔Ⅳ〕

〔解答〕

$$(1) \quad \cos \theta = -\frac{1}{2}$$

$$(2) \quad BD = \frac{14}{5}$$

$$(3) \quad R = \frac{14\sqrt{3}}{15}$$

(4)

四角形 ABCD は円 O に内接するから、

$$\begin{aligned} \angle ABC + \angle ADC &= 180^\circ \\ \Leftrightarrow \angle ADC &= 180^\circ - \angle ABC \end{aligned}$$

となる。△ ABC と △ ACD について、余弦定理より

$$\begin{cases} AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC \\ AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2 \cdot AD \cdot CD \cdot \cos(180^\circ - \angle ABC) \end{cases}$$

となる。よって、

$$\begin{aligned} AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC &= AD^2 + CD^2 - 2 \cdot AD \cdot CD \cdot \cos(180^\circ - \angle ABC) \\ \Leftrightarrow 4 + 4 - 8 \cos \angle ABC &= \frac{36}{25} + \frac{256}{25} - \frac{192}{25} \cdot (-\cos \angle ABC) \\ \therefore \cos \angle ABC &= -\frac{23}{98} \end{aligned}$$

となる。したがって、

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC \\ &= 4 + 4 - 8 \cdot \left(-\frac{23}{98}\right) \\ &= \frac{484}{49} \end{aligned}$$

となり、 $AC > 0$ であるから

$$AC = \frac{22}{7}$$

となる。

$$(\text{答}) \quad AC = \frac{22}{7}$$

(5)

(4)より $\cos \angle ABC = -\frac{23}{98}$ であるから、 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ より

$$\begin{aligned} \sin \angle ABC &= \sqrt{1 - \cos^2 \angle ABC} \\ &= \sqrt{\frac{9075}{9604}} \\ &= \frac{55\sqrt{3}}{98} \end{aligned}$$

となる。よって、△ ABC の面積は

$$\frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{55\sqrt{3}}{98} = \frac{55\sqrt{3}}{49}$$

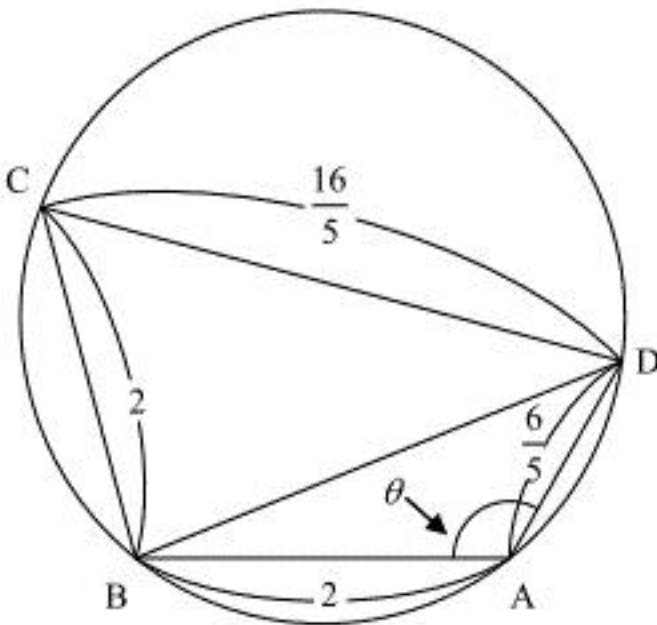
となる。

$$(\text{答}) \quad \frac{55\sqrt{3}}{49}$$

〔解説〕

(1)

円 O と四角形 ABCD を図示すると下図のようになる。



四角形 ABCD は円 O に内接するから、

$$\begin{aligned} \angle BAD + \angle BCD &= 180^\circ \\ \Leftrightarrow \angle BCD &= 180^\circ - \theta \end{aligned}$$

となる。△ ABD と △ BCD について、余弦定理より

$$\begin{cases} BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos \theta \\ BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2 \cdot BC \cdot CD \cdot \cos(180^\circ - \theta) \end{cases}$$

となる。よって、

$$\begin{aligned} AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos \theta &= BC^2 + CD^2 - 2 \cdot BC \cdot CD \cdot \cos(180^\circ - \theta) \\ \Leftrightarrow 4 + \frac{36}{25} - \frac{24}{5} \cos \theta &= 4 + \frac{256}{25} - \frac{64}{5} \cdot (-\cos \theta) \\ \therefore \cos \theta &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

となる。

(2)

(1)より $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ であるから、

$$\begin{aligned} BD^2 &= AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos \theta \\ &= 4 + \frac{36}{25} - 2 \cdot 2 \cdot \frac{6}{5} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{196}{25} \end{aligned}$$

となる。よって、 $BD > 0$ より

$$BD = \frac{14}{5}$$

となる。

(3)

(1)より $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ であるから、 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ より

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

となる。△ ABD に正弦定理を用いて

$$\begin{aligned} 2R &= \frac{BD}{\sin \theta} = \frac{\frac{14}{5}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{28\sqrt{3}}{15} \\ \therefore R &= \frac{14\sqrt{3}}{15} \end{aligned}$$

となる。

〔V〕

〔解答〕

- (1) $\frac{1}{128}$
 (2) $\frac{7}{32}$
 (3) 最大値：3ⁿ 個，最小値：2ⁿ 個
 (4)

1分後に2個に増加する場合，2分後では4個あるいは6個であるから7個以上とならない。
 よって，1分後には必ず3個に増える。(3)より1個の細菌に関し，2分後の時点での個数の最大値は3²=9個であるから，1個の細菌が，2分後の時点で7個以上となっているとき，それは7, 8, 9個のいずれかである。

[1] 2分後の時点で7個のとき

このとき，1分後に3個に増加し，次に2個の細菌が2個に増加し，残りの1個の細菌が3個に増加している。よって，このときの確率は

$$\frac{1}{2} \cdot {}_3C_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{16}$$

となる。

[2] 2分後の時点で8個のとき

このとき，1分後に3個に増加し，次に1個の細菌が2個に増加し，残りの3個の細菌のうち2個の細菌が3個に増加している。よって，このときの確率は

$$\frac{1}{2} \cdot {}_3C_2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$$

となる。

[3] 2分後の時点で9個のとき

このとき，1分後に3個に増加し，次に3個の細菌のすべてが3個に増加している。よって，このときの確率は

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{16}$$

となる。

以上[1], [2], [3]より，求める確率は

$$\frac{3}{16} + \frac{3}{16} + \frac{1}{16} = \frac{7}{16}$$

となる。

(答) $\frac{7}{16}$

(5)

2分後の時点で6個以下であると，3分後の時点での個数の最大値はたかだか6・3=18個である。よって，1個の細菌が，3分後の時点で20個になるには，2分後の時点で7個以上となっていなければならない。

[1] 2分後の時点で7個のとき

このとき，7個の細菌のうち1個の細菌が2個に増加し，残りの6個の細菌が3個に増加した場合，3分後の時点で20個となる。よって(4)の結果より，このときの確率は

$$\frac{3}{16} \cdot {}_7C_6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{21}{2048}$$

となる。

[2] 2分後の時点で8個のとき

このとき，8個の細菌のうち4個の細菌が2個に増加し，残りの4個の細菌が3個に増加した場合，3分後の時点で20個となる。よって(4)の結果より，このときの確率は

$$\frac{3}{16} \cdot {}_8C_4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{105}{2048}$$

となる。

[3] 2分後の時点で9個のとき

このとき，9個の細菌のうち7個の細菌が2個に増加し，残りの2個の細菌が3個に増加した場合，3分後の時点で20個となる。よって(4)の結果より，このときの確率は

$$\frac{1}{16} \cdot {}_9C_2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{2048}$$

となる。

以上[1], [2], [3]より，求める確率は

$$\frac{21}{2048} + \frac{105}{2048} + \frac{9}{2048} = \frac{135}{2048}$$

となる。

(答) $\frac{135}{2048}$

〔解説〕

(1)

1個の細菌が，3分後の時点で8個となるととき，すべての細菌が常に2個に増加している。よって求める確率は

$$\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{128}$$

となる。

(2)

8個の最近のうちx個の細胞が1分後の時点で2個に増加しているとすると，8-x個の細胞が3個に増加している。8個の細菌が，1分後の時点で19個となるととき，

$$2x + 3(8 - x) = 19$$

$$\therefore x = 5$$

である。したがって，8個の細菌が，1分後の時点で19個となるととき，1分後の時点で5個の細菌が2個に増加し，3個の細菌が3個に増加している。よって，求める確率は

$${}_8C_3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{7}{32}$$

となる。

(3)

1個の細菌に関して，n分後の時点での個数の最小値は，すべての細菌が常に2個に増加するときである。このとき，1個の細菌が1分後に2個に増加し，次に2個の細菌が4個に増加する。このようにn分後の時点では2ⁿ個となっており，最小値は2ⁿ個となる。次に，最大値はすべての細菌が常に3個に増えるときであり，そのときの個数は同様にして，3ⁿ個となる。