

数 学 問 題

はじめに、これを読むこと。

(注意事項)

1. この問題用紙は 14 ページまでである。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. これは、数学の問題である。解答用紙が出願時に選択した科目であるかどうか確認のうえ、解答すること。
3. 解答用紙の所定の欄に、必ず氏名を記入すること。
4. 解答用紙には受験番号が印刷されているので、受験番号が正しいかどうか受験票と照合し確認すること。
5. 解答は、すべて解答用紙の解答欄に記入またはマークすること。解答欄以外のところは何も記入しないこと。
6. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入すること。
7. 訂正は消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 数・文字は正確に書くこと。
10. 解答用紙は持ち帰らないこと。
11. この問題用紙は必ず持ち帰ること。
12. この試験時間は 60 分である。
13. マークの記入例

良い例	悪い例
	

〔Ⅰ〕 次の各問の にあてはまる数を解答群から選び、解答用紙の所定の欄にマークせよ。同一のものを何回使用してもよい。また、分数はすべて既約分数で表せ。

(1) 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = 2x + 8$ で囲まれた領域を A とする。

① 領域 A の面積は アイ である。

② 原点を通る直線 l が領域 A の面積を二等分するとき、直線 l と直線

$y = 2x + 8$ の交点の x 座標は、 $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ である。

《解答群》

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓙ 9 |

(2) 関数

$$y = 2(\sin \theta + \cos \theta)(61 - 25 \sin \theta \cos \theta)$$

を考える。ただし、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ とする。

① $\sin \theta + \cos \theta = x$ とおくと、 y は x を用いて

$$y = \boxed{\text{アイウ}} x - \boxed{\text{エオ}} x^3$$

と表せる。

② y が最大となる θ について、 $\cos \theta = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

《解答群》

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓙ 9 |

(3) k を定数とする。0 以上のすべての x について、不等式

$$x^3 - k^2x \geq k(x^2 - 4)$$

が成り立つような k の値の範囲は、 $\boxed{\text{ア}} \leq k \leq \boxed{\text{イ}}$ である。

《解答群》

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓙ 9 |

(4) 一般項が $a_n = \frac{1}{16n^2 - 4}$ である数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 10 項 a_{10} までの

和は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

《解答群》

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓙ 8 | ⓫ 9 |

(5) 赤箱と白箱のいずれか、または両方にあめが入っているとき、次のような試行を考える。

コインを1枚投げ、表が出たら、赤箱から白箱にあめを1つ移す。その際に、赤箱にあめがなければ、そのままにしておく。裏が出たら、白箱から赤箱にあめを1つ移す。その際に、白箱にあめがなければ、そのままにしておく。

赤箱と白箱に当初、あめが3つずつ入っているとする。

① この試行を4回続けたとき、赤箱と白箱にあめが3つずつ入っている確率

は、 $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

② この試行を5回続けたとき、赤箱に6つのあめが入っている確率は、

$\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$ である。

《解答群》

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | ⓰ 9 |

〔Ⅱ〕 O を原点とする座標空間に、1 辺の長さが 6 の正四面体 $OABC$ がある。 A の座標は $(6, 0, 0)$ である。また B は xy 平面上に、 C は $x > 0, y > 0, z > 0$ を満たす領域にある。

次の各問に答えよ。このとき、根号の中の平方数は根号の外に出せ。

(1) 頂点 B と C の座標を求めよ。

$B(\quad , \quad , \quad)$

$C(\quad , \quad , \quad)$

(2) O から 3 点 A, B, C を通る平面に下ろした垂線とその平面の交点を H とする。点 H の座標を求めよ。

$H(\quad , \quad , \quad)$

〔Ⅲ〕 2つの放物線 $C_1: y = \frac{1}{2}x^2$ と $C_2: y = -(x-12)^2 + 21$ を考える。

次の各問の にあてはまる値または式を答えよ。

(1) 放物線 C_1 と C_2 の両方に接する2つの直線の傾きをそれぞれ a, b とする。

ただし, $a < b$ とする。このとき,

$$a = \text{, } b = \text{$$

である。

(2) $a < p < b$ とする。直線 $y = px + q$ が放物線 C_1 の下側にあり, かつ C_2 の上側に位置するときの q の値の範囲を $c < q < d$ とする。 c と d をそれぞれ p の式で表すと,

$$c = \text{,}$$

$$d = \text{$$

である。

(3) p が $a < p < b$ の範囲を動くとき, $d - c$ が最大となるのは $p = \text{$ のときである。