

は

数 学 問 題

はじめに、これを読みなさい。

1. この問題用紙は 8 ページある。ただし、 ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところは何も記入しないこと。解答欄は裏面にもある。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入すること。
7. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、必ず提出すること。ただし、この問題冊子は、必ず持ち帰ること。
10. 試験問題は 60 分である。
11. マークシート記入例

良い例	悪い例
	

〔 I 〕 正六面体のサイコロがあり、1 から 6 までの数字が各面にひとつずつ書かれている。このサイコロを 3 回投げ、出た目の数を x, y, z とする。

以下の問に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。ただし、分数はすべて既約分数にしなさい。

(1) xyz が 5 の倍数となる確率は $\frac{\boxed{\text{アイ}}}{216}$ であり、

x, y, z のうちの最大数が 5 となる確率は $\frac{\boxed{\text{ウエ}}}{216}$ である。

(2) $x < y < z$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ であり、

$x \geq y \geq z$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

また、 $2^x \times 2^y \times 2^z > 500$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ である。

(このページは計算用紙として使用しないでください。)

- 〔Ⅱ〕 平面上に三角形 OAB があり、3 辺の長さは $OA = 5$, $OB = 4$, $AB = 6$ である。この三角形の内心を P、直線 OP と辺 AB の交点を Q、内接円と辺 OA の接点を R とする。

以下の問に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。ただし、分数はすべて既約分数にしなさい。

$$(1) \cos \angle AOB = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \text{ であり, } \sin \angle OPR = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} \text{ である。}$$

$$(2) \overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b} \text{ とすると,}$$

$$\overrightarrow{OQ} = \frac{\boxed{\text{テ}} \vec{a} + \boxed{\text{ト}} \vec{b}}{\boxed{\text{ナ}}} \text{ である。}$$

$$\text{また, } \overrightarrow{OP} = \frac{\boxed{\text{ニ}} \vec{a} + \boxed{\text{ヌ}} \vec{b}}{\boxed{\text{ネノ}}} \text{ であり,}$$

$$\overrightarrow{OR} = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}} \vec{a} \text{ である。}$$

(このページは計算用紙として使用しないでください。)

〔Ⅲ〕 $x + 2y = 5$, $x > 0$, $y > 0$ を満たす実数 x , y がある。

以下の問に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。ただし、分数はすべて既約分数にしなさい。

(1) $2x^2 + y^2$ の最小値は $\frac{\boxed{\text{ヘホ}}}{\boxed{\text{マ}}}$ である。

(2) $\log_{10} x + 2 \log_{10} y$ の最大値は $\boxed{\text{ミ}} - \boxed{\text{ム}} \log_{10} \boxed{\text{メ}}$ である。

(3) $\frac{1}{x} + \frac{2}{y}$ の最小値は $\frac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}}$ である。

(このページは計算用紙として使用しないでください。)

〔Ⅳ〕 座標平面上の曲線 $y = \sqrt{x}$ 上に相異なる 2 点 $A(\alpha, \sqrt{\alpha})$ と $B(\beta, \sqrt{\beta})$ があり、 $\alpha > 0$ 、 $\beta > 0$ である。線分 AB を $p : q$ の比に内分する点の座標を (s, t) とする。

以下の問に答えなさい。

設問(1)は裏面の所定の欄に解答のみを書きなさい。

設問(2)は裏面の所定の欄に証明を書きなさい。

(1) s, t を α, β, p, q を用いて表しなさい。

(2) $\sqrt{s} > t$ であることを証明しなさい。

(このページは計算用紙として使用しないでください。)