

2020 年度 明治大学

【全学部統一】

解答時間 60分

配点 100点

れ

国語, 数学Ⅲ 問題

はじめに, これを読みなさい。

1. この問題冊子には, 「数学Ⅲ」と「国語」の問題がおさめられている。「数学Ⅲ」は表面から 10 ページ, 「国語」は裏面から 19 ページまでである。必要な科目を選択して解答すること。なお, 表紙の次の白紙 2 ページはメモ用紙として使用してもよい。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか, 受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい, 解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答用紙の「解答科目マーク欄」にマークし, 「解答科目名記入欄」に解答する科目名を記入すること。マークされていない場合, または複数の科目にマークされている場合は, この時限の科目は採点対象外となる。
5. 解答は, すべて解答用紙の所定欄にマークすること。
6. 1 つの解答欄に 2 つ以上マークしないこと。
7. 解答は, 必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入のこと。
8. 訂正する場合は, 消しゴムできれいに消し, 消しくずを残さないこと。
9. 解答用紙は, 絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. 解答用紙はすべて回収するので, 持ち帰らず, 必ず提出すること。
11. 問題冊子は, 必ず持ち帰ること。
12. 試験時間は, 60 分である。
13. (数学Ⅲ) 分数形で解答する場合は, 既約分数で答えること。
14. (数学Ⅲ) 根号を含む形で解答する場合は, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。
15. マーク記入例

良い例	悪い例
	

数学Ⅲ 問題

- 〔Ⅰ〕 次の空欄に当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし、空欄 ウエ は 2 桁の数を表す。

$0 < x < \frac{2}{3}\pi$ の範囲において、方程式 $\sin x = \frac{2}{\pi}x$ の解は

$$x = \frac{\pi}{\text{ア}}$$

であるので、

$$\int_0^{\frac{2}{3}\pi} \left| \sin x - \frac{2}{\pi}x \right| dx = \frac{\text{イ} - \pi}{\text{ウエ}}$$

となる。

(このページは計算用紙として使用してよい。)

〔Ⅱ〕 次の空欄に当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし、空欄 イウ , エオ , カキ は 2 桁の数を表す。

$|z| = 2$ を満たす複素数 z の偏角を θ としたとき、 z を極形式で表すと

$$z = \boxed{\text{ア}} (\cos \theta + i \sin \theta)$$

となる。ただし、 i は虚数単位である。このとき、

$$|z^2 + iz - 1|^2 = \boxed{\text{イウ}} \sin^2 \theta + \boxed{\text{エオ}} \sin \theta + \boxed{\text{カキ}}$$

となる。したがって、複素数 z が $|z| = 2$ を満たすとき、 $|z^2 + iz - 1|$ のとりうる値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}} \leq |z^2 + iz - 1| \leq \boxed{\text{サ}}$$

である。

(このページは計算用紙として使用してよい。)

〔Ⅲ〕 次の空欄 , , , , ,

に当てはまるものをそれぞれ指定された解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の番号をマークせよ。なお、解答群から同じものを2回以上選んでもよい。それ以外の空欄には、当てはまる0から9までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし、空欄 は3桁の数、 は2桁の数を表す。

座標平面上で、方程式 $x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$ によって定まる楕円を E とする。また実数 t に対して、点 $(-2, 0)$ を通る傾き t の直線を L とする。このとき、 L の方程式は となる。

L と E が共有点をもつとき、その x 座標は、方程式

$$\left(\text{イ} \right) x^2 + \left(\text{ウ} \right) x + \left(\text{エ} \right) = 0$$

の解となる。この方程式の判別式は

$$D = \left(\text{ウ} \right)^2 - 4 \left(\text{イ} \right) \left(\text{エ} \right) = \text{オカキ} \left(\text{ク} \right)$$

となる。したがって $t = \pm \sqrt{\text{ケ}}$ のときに、 L は E に接することがわかる。

L と E が異なる2つの共有点をもつとき、その2点間の距離を d とおく。

$$d^2 = \frac{\left(\text{コ} \right) D}{\left(\text{イ} \right)^2}$$

であるので、 $t = \pm \frac{\sqrt{\text{サシ}}}{\text{ス}}$ のときに、 d は最大値 $\frac{\text{セ} \sqrt{\text{ソ}}}{\text{タ}}$ をとることがわかる。

ア の解答群

- | | | | |
|-------------------|-------------------|------------------|----------------|
| ① $y = tx$ | ① $y = t(x - 2)$ | ② $y = t(x + 2)$ | ③ $ty = x$ |
| ④ $t(y - 2) = x$ | ⑤ $t(y + 2) = x$ | ⑥ $y = tx + 2$ | ⑦ $y = tx - 2$ |
| ⑧ $y = -t(x - 2)$ | ⑨ $y = -t(x + 2)$ | | |

イ、ウ、エの解答群

① t^2

① $2t^2$

② $4t^2$

③ $t^2 + 3$

④ $t^2 + 6$

⑤ $t^2 + 9$

⑥ $4t^2 + 3$

⑦ $4t^2 - 3$

⑧ $4t^2 - 9$

⑨ $4t^2 + 9$

ク、コの解答群

① t^2

① $-t^2$

② $1 + t^2$

③ $1 - t^2$

④ $2 + t^2$

⑤ $2 - t^2$

⑥ $3 + t^2$

⑦ $3 - t^2$

⑧ $4 + t^2$

⑨ $4 - t^2$

〔Ⅳ〕 次の空欄 , , , に当てはまるものをそれぞれ指定された解答群の中から選び、解答用紙の所定の欄の番号をマークせよ。なお、解答群から同じものを2回以上選んでもよい。それ以外の空欄には、当てはまる0から9までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。以下、 $\log$ は自然対数であり、 e はその底とする。

$x > 0$ として、不等式

$$\frac{1}{\sqrt{x}} e^{-\frac{y^2}{2x}} \geq 1 \quad \cdots \cdots (1)$$

を考える。両辺の自然対数をとると、(1) は

$$y^2 \leq \text{ }$$

と変形される。したがって、実数 x, y が $x > 0$ において不等式 (1) を満たすときに、 x のとりうる値の範囲は $0 < x \leq \text{ }$ であり、また、 y^2 のとりうる値の範囲は $0 \leq y^2 \leq \text{ }$ である。 $y^2 = \text{ }$ となるのは $x = \text{ }$ のときである。

次に、曲線 $y = \sqrt{\text{ }} \quad (\text{ } \leq x \leq \text{ })$ と直線 $x = \text{ }$ および x 軸で囲まれた図形を x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積は

$$\frac{\pi}{\text{ }} \left(1 - \text{ } \right)$$

である。

ア の解答群

- ① $\log x$ ② $-\log x$ ③ $x \log x$ ④ $-x \log x$ ⑤ $2x \log x$
 ⑥ $-2x \log x$ ⑦ $x^2 \log x$ ⑧ $-x^2 \log x$ ⑨ $2x^2 \log x$ ⑩ $-2x^2 \log x$

ウ, エ, カ の解答群

- ① $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ② $\frac{2}{\sqrt{e}}$ ③ $\frac{1}{e}$ ④ $\frac{1}{e^2}$ ⑤ $\frac{2}{e}$
 ⑥ $\frac{2}{e^2}$ ⑦ $\frac{3}{e}$ ⑧ $\frac{3}{e^2}$ ⑨ $\frac{4}{e}$ ⑩ $\frac{4}{e^2}$

(このページは計算用紙として使用してよい。)

(このページは計算用紙として使用してよい。)

(このページは計算用紙として使用してよい。)

