2020年度　明治大学
【情報コミュニケーション学部】
解答時間　　60分
配点　　100点

め

数　学　問　題

はじめに，これを読みなさい。

1. この問題用紙は9ページある。**ただし，ページ番号のない白紙はページ数に含まない。**白紙は計算用紙として使用してよい。
2. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか，受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい，解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は，すべて解答用紙の所定欄にマークするか，または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は，鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
7. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 問題は〔Ⅰ〕〜〔Ⅴ〕まで5問ある。〔Ⅰ〕，〔Ⅱ〕は必ず解答すること。〔Ⅲ〕，〔Ⅳ〕，〔Ⅴ〕はいずれか2問を選択して解答すること。
10. **解答用紙はすべて回収する。**持ち帰らず，必ず提出すること。ただし，この問題用紙は，必ず持ち帰ること。
11. 試験時間は60分である。
12. マーク記入例

良い例	悪　い　例
●	◎　⊗　○

〔Ⅰ〕 (1)〜(5) において，Ⓐ，Ⓑ，Ⓒの値の大小関係を調べ，最大のものと最小のものを，それぞれ所定の解答欄（表面）にマークせよ。

(1) Ⓐ $2^{\frac{2}{3}}$　　Ⓑ $\left(\frac{1}{3}\right)^{-0.5}$　　Ⓒ $\sqrt[4]{5}$

(2) Ⓐ x^2-2x-6 を $x+2$ で割ったときの余り

Ⓑ $2x^2-9x+9$ を $x-3$ で割ったときの余り

Ⓒ $3x^2-10x-9$ を $x-4$ で割ったときの余り

(3) Ⓐ 半径 3，中心角 $\frac{\pi}{6}$ の扇形の面積

Ⓑ 半径 4，中心角 15° の扇形の面積

Ⓒ 半径 5，弧の長さ $\frac{9}{10}$ の扇形の面積

(4) 有限集合 S の要素の個数を $n(S)$ で表す。たがいに要素の個数が異なる有限集合 A，B，C に対して，

$$n((A\cup B)\cap C)>n(B)$$
$$n((A\cup C)\cap B)>n(A)$$

であるとき，

Ⓐ $n(A)$　　Ⓑ $n(B)$　　Ⓒ $n(C)$

(5) 2 の倍数でも 3 の倍数でもない正の整数を 1 から小さい順に並べた数列について，

Ⓐ 2021 が現れる項数

Ⓑ 第 200 項の値

Ⓒ 初項から第 20 項までの和

（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅱ〕 所定の解答欄（表面）に，解答をマークせよ。

問題文中の $\boxed{\text{キ}}$ ，$\boxed{\text{ク}}$ などは解答が 1 ケタの数であることを，$\boxed{\text{アイ}}$ ，$\boxed{\text{ウエ}}$ などは解答が 2 ケタの数であることを表している。

(1) $x > 1$，$y > 1$ とする。連立方程式

$$\begin{cases} (\log_2 x)^2 + 3\log_2 x - 4\log_2 y = 4 \\ \log_2 x - 2\log_2 y = -8 \end{cases}$$

の解は，$x = \boxed{\text{アイ}}$ ，$y = \boxed{\text{ウエ}}$ である。

(2) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，方程式 $\sqrt{2}\sin\theta + \sqrt{6}\cos\theta = 2$ を満たす θ は，$\boxed{\text{オカ}}$ ° である。

(3) x の 3 次関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ は，次の 4 つの条件を満たす。

- a，b，c，d はすべて整数である
- $y = f(x)$ のグラフは原点に対して対称である
- 常に $f'(x) > 0$ である
- $1 < f(1) < 3$ である

このとき，$a = \boxed{\text{キ}}$ ，$b = \boxed{\text{ク}}$ ，$c = \boxed{\text{ケ}}$ ，$d = \boxed{\text{コ}}$ である。

（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅲ〕, 〔Ⅳ〕, 〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお3問すべてに解答した場合は，高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅲ〕 所定の解答欄（表面）に，(1)〜(3) のすべてについて，解答経過と答をともに記せ。

$g(x) = (x-1)(x-t)$ とする。ただし，$0 < t < 1$ とする。

(1) $\displaystyle\int_0^t |g(x)|dx = \int_t^1 |g(x)|dx$ となる t の値を求めよ。

(2) $\displaystyle f(t) = \int_0^1 |g(x)|dx$ とするとき，$f(t)$ を t の整式として表せ。

(3) $f(t)$ が最小となる t の値を求めよ。

（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅲ〕,〔Ⅳ〕,〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお3問すべてに解答した場合は，高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅳ〕 所定の解答欄（裏面）に，(1) については答のみを，(2) については解答経過と答を，(3) については証明を解答欄に記せ。

△ABC において，辺 BC を 1:2 に内分する点を D，2:1 に内分する点を E とし，辺 CA 上に AP=kAC となる点 P があるとする（ただし，$0 < k < 1$ である)。また，線分 BP が線分 AD，AE と交わる点を，それぞれ Q，R とする。

(1) $\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AE}$ をそれぞれ $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{AQ} = s\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AR} = t\overrightarrow{AE}$ とする。s，t をそれぞれ k の式で表せ。

(3) $\overrightarrow{BQ} = u\overrightarrow{RP}$ とするとき $u > 1$ であることを示せ。

（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅲ〕,〔Ⅳ〕,〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお3問すべてに解答した場合は，高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅴ〕 所定の解答欄（裏面）に，(1) については答のみを，(2)～(4) については解答経過と答をともに記せ。ただし，分数はそれ以上約分できない形とすること。

AとBの二人が12枚のカードを使って遊んでいる。12枚のうち6枚のカードには表側に黒文字で1から6までの数字が一つずつ，他の6枚のカードには表側に赤文字で1から6までの数字が一つずつ記されている。AとBには，12枚のカードの中から6枚を選ぶ方針として次の1～6が知らされている。

方針1: 赤文字のカードを6枚選ぶ
方針2: 黒文字のカードを6枚選ぶ
方針3: 数字が奇数のカードを6枚選ぶ
方針4: 数字が偶数のカードを6枚選ぶ
方針5: 数字が4以上のカードを6枚選ぶ
方針6: 数字が素数のカードを6枚選ぶ

この遊びでは，まずAが方針1～6の中から一つの方針を選び，それに従って6枚のカードを抜き出し，それらを裏返してBの前に並べる。この時点でBは，Aの選んだ方針も，並べられたカードの表側の内容もわからないものとする。そしてBは6枚のカードのうち，2枚のカードを選んで表にする。なお，Aの方針の選び方，およびBのめくる2枚のカードの選び方は，いずれも同様に確からしく行われるものとする。

(1) 表にした2枚のカードが「黒文字2」,「赤文字2」であったとき，Aが選んだ方針はどれか。方針の番号で答えよ。なお，複数考えられる場合はすべて示せ。

(2) 表にしたカードが2枚とも黒文字である確率を求めよ。

(3) 表にしたカードの数字が2枚とも偶数である確率を求めよ。

(4) まずは1枚のみを表にしたら「黒文字4」であった。この状況下で，もう1枚を表にしたとき，赤文字のカードである確率を求めよ。

(以上問題終)