

2020 年度 明治大学

【政治経済学部】

解答時間 60分

配点 100点

い

数 学 問 題

注意事項

1. この問題用紙は 14 ページまでである。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. これは、数学の問題である。解答用紙が出願時に選択した科目であるかどうか確認のうえ、解答すること。
3. 解答用紙の所定の欄に、必ず氏名を記入すること。
4. 解答用紙には受験番号が印刷されている。受験番号が正しいかどうか受験票と照合し確認すること。
5. 解答は、すべて解答用紙の解答欄にマークまたは記入すること。解答欄以外のところは何も記入しないこと。
6. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入すること。
7. 訂正は消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 数・文字は正確に書くこと。
10. 解答用紙は持ち帰らないこと。
11. この問題用紙は必ず持ち帰ること。
12. 試験時間は 60 分である。
13. マークの記入例

良い例	悪い例
	

〔 I 〕 次の各問の にあてはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。分数はすべて既約分数で表し、根号の中の平方数は根号の外に出して簡略化せよ。

(1) a, b を実数の定数とし、2 次方程式

$$x^2 + ax + b = 0$$

の解を α, β とする。2 次方程式

$$x^2 + (-2a + b + 1)x + 2a = 0$$

の解が $\alpha^2 + 1, \beta^2 + 1$ であるとき、 $a =$ ア , $b =$ イ である。

このページは計算用紙として使用しないでください。

- (2) サイコロを2回投げて、1回目に出た目の数を a 、2回目に出た目の数を b とし、
連立方程式

$$\begin{cases} ax - by = 0 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

を考える。

- ① この連立方程式が、解をもつ確率は、

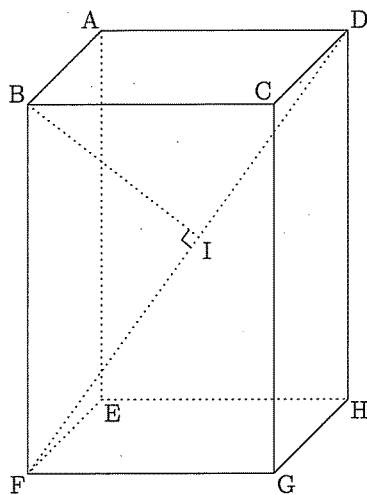
である。
- ② この連立方程式が、 x および y の値がともに正となる解をもつ確率は、
- である。

このページは計算用紙として使用しないでください。

- (3) 直方体 ABCD-EFGH について、 $BA = 1$, $BC = 2$, $BF = 3$ とする。点 B から線分 FD へ垂線を下したときの交点を I とする。このとき、

$$FD = \sqrt{\boxed{\text{アイ}}}, \quad BI = \frac{\boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\sqrt{\boxed{\text{アイ}}}}, \quad CI = \sqrt{\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{アイ}}}}$$

である。



このページは計算用紙として使用しないでください。

(4) x, y が $3x+y=2, y \geq 0$ を満たすとき, xy^2 は, $x = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, y = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$

で最大値 $\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ をとる。

このページは計算用紙として使用しないでください。

- (5) 数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ は, $a_1 = 1$ であり, 初項から第 n 項までの和 $a_1 + \dots + a_n$ を S_n とするとき,

$$S_n = 3a_n - 2n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満足する。

① a_2 の値は, $a_2 = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

- ② a_n, a_{n+1} は関係式

$$\boxed{\text{ウ}} a_{n+1} - \boxed{\text{エ}} a_n - \boxed{\text{オ}} = 0$$

を満足する。ただし, $\boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}}$ の最大公約数は 1 とする。

③ 第 n 項は, $a_n = \boxed{\text{カ}} \left(\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \right)^n - \boxed{\text{ケ}}$ である。

このページは計算用紙として使用しないでください。

(6) 点 (x_1, y_1) は円

$$x^2 + y^2 = 2$$

上の点であり、点 (x_2, y_2) は円

$$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 4$$

上の点である。 $x_1x_2 + y_1y_2$ が最大値をとるのは、

$$x_1 = \frac{\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \quad y_1 = \frac{\boxed{\text{エ}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

のときであり、このとき最大値は $\boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である。

このページは計算用紙として使用しないでください。

〔Ⅱ〕 座標平面上に原点を中心とする半径 1 の円 C と放物線 $H: y = 2 - x^2$ がある。次の各問に答えよ。

(1) 円 C 上の点 $P(\cos \theta, \sin \theta)$ ($0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$) における円 C の接線 L の方程式を求めよ。

(2) θ は $0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとする。接線 L と放物線 H の交点の x 座標を α , β とする。ただし, $\alpha < \beta$ である。このとき, $\beta - \alpha$ を $\sin \theta$ の式で表せ。
さらに, $t = \frac{1}{\sin \theta}$ として, $\beta - \alpha$ を t の式で表せ。

(3) θ は $0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとする。接線 L と放物線 H で囲まれる部分の面積が最小となる点 $P(\cos \theta, \sin \theta)$ の座標を求めよ。

また, このときの接線 L と放物線 H の交点 Q, R の座標を求めよ。ただし, Q, R の座標の順序は問わない。

このページは計算用紙として使用しないでください。

