

2020 年度 明治大学

【商 学 部】

解答時間 60分

配点 100点

り

数 学 問 題

はじめに、これを読むこと。

1. この問題用紙は7 ページまでである。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
2. 問題は、1 ページから 3 ページに書かれている。それ以外のページは、計算用紙として使用してよい。
3. 解答用紙に印刷されている受験番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
4. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
5. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しない。
6. 分数形で解答する場合は、それ以上約分できない形で答えなさい。また、根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
7. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
8. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入のこと。
9. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
10. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
11. 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、必ず提出しなさい。ただし、この問題用紙は、必ず持ち帰りなさい。
12. 試験時間は 60 分である。
13. マーク記入例

良い例	悪い例
	  

※ この問題用紙は、必ず持ち帰りなさい。

〔 I 〕 次の各問の に入る数値を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1. 1 から 5 までの番号が付いた 5 枚のカードを、引いたカードを戻さずに何回か引く。2 回カードを引いたとき、1 のカードが含まれる確率は、 (1) であり、3 回カードを引いたとき、1 のカードが含まれる確率は、 (2) である。

2. 実数 $a > 0$ について、関数 $f(x) = 2x^3 - 3(a-1)x^2 - 6ax$ が、極小値 -4 をとるとき、 $a =$ (3) であり、曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積は、 (4) である。

3. 自然数 $n \geq 1$ について、 a_k は、 $\int_0^1 a_k x^k (1-x) dx = 1 (1 \leq k \leq n)$ を満たすものとする。このとき、

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = \frac{n}{3} \left(n^2 + \text{ (5) } n + \text{ (6) } \right)$$

である。

A. 0	B. 1	C. 2	D. 3
E. 4	F. 5	G. 6	H. 7
I. 8	J. 9	K. 10	L. 11
M. $\frac{1}{2}$	N. $\frac{1}{3}$	O. $\frac{2}{3}$	P. $\frac{1}{4}$
Q. $\frac{3}{4}$	R. $\frac{1}{5}$	S. $\frac{2}{5}$	T. $\frac{3}{5}$
U. $\frac{4}{5}$	V. $\frac{1}{\sqrt{2}}$	W. $\frac{1}{\sqrt{3}}$	X. $\frac{2}{\sqrt{3}}$
Y. $\frac{\sqrt{3}}{2}$	Z. $\frac{\sqrt{5}}{2}$		

〔Ⅱ〕 次のア～ホに当てはまる 0～9 の数字を解答欄にマークせよ。

$\triangle ABC$ を, $AB = 6$, $BC = 5$, $AC = 7$ を満たす三角形とする。AB 上の点 P, BC 上の点 Q, AC 上の点 R を, PR を折り目にして $\triangle ABC$ を折り曲げたとき, A と Q が一致するようにとる。 $\angle BAQ = \theta$ とおく。

$$1. \quad \cos \angle A = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad \sin \angle A = \frac{\boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}},$$

$$\cos \angle B = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}, \quad \sin \angle B = \frac{\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

$$2. \quad \sin \angle AQB = \frac{\boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}} \cos \theta + \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \sin \theta$$

$$3. \quad AQ = \frac{\boxed{\text{タチ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}} \sin(\angle B + \theta)}$$

4. AQ と PR の交点を S とする。 $\angle ASP = \boxed{\text{トナ}}^\circ$ なので, AP と AQ の関係を考えれば,

$$2 \sin(\angle B + \theta) \cos \theta = \sin(\angle B + 2\theta) + \frac{\boxed{\text{ニ}} \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}} \text{ により,}$$

$$AP = \frac{\boxed{\text{ノハ}} \sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}}{\boxed{\text{フ}} \sin(\angle B + 2\theta) + \boxed{\text{ヘ}} \sqrt{\boxed{\text{ホ}}}}$$

とかける。

〔Ⅲ〕 いくつかの 0 と 1 を並べたものを、01 列と呼ぶことにする。すなわち、 $A = a_1 a_2 \cdots a_k$ が 01 列とは、 $1 \leq i \leq k$ について、 a_i は 0 または 1 であるものをいう。このとき、 a_i を A の i 番目の成分と呼び、 A を長さ k の 01 列と呼ぶことにする。さらに、 $1 \leq i \leq k$ に対して、1 番目から i 番目までの成分の中で 0 であるものの個数を、 $x_i(A)$ とし、1 であるものの個数を、 $y_i(A)$ とする。便宜的に、空列 $A = \emptyset$ の場合も、長さ 0 の 01 列と呼ぶことにする。このとき、次の各問に答えよ。

1. 4 個の 0 と 4 個の 1 からなる 01 列の総数を求めよ。

2. 01 列に対して次の操作 (#) を考える。

(#) 01 列に対して、連続した 2 個の成分が 01 であれば、それを除いて長さの短い 01 列をつくる。複数の 01 の部分がある場合は、いずれを選んでも良い。

(例えば、011001001 の 01 の部分を除いて、0110001 を得る。)

得られた 01 列に対して、順次この操作を繰り返して、可能な限り 01 の部分を取り除いていく。

(例えば、011001001 $\rightarrow$ 0110001 $\rightarrow$ 10001 $\rightarrow$ 100)

(i) それぞれ 3 個の 0 と 1 からなる長さ 6 の 01 列 A で、すべての $i = 1, 2, \dots, 6$ について、 $x_i(A) \geq y_i(A)$ を満たすものの総数をもとめよ。

(ii) それぞれ n 個 ($n \geq 1$) の 0 と 1 からなる長さ $2n$ の 01 列 A に対して、(#) を行い、最終的に長さ 0 の 01 列にたどり着くための必要十分条件は、すべての $1 \leq i \leq 2n$ について、 $x_i(A) \geq y_i(A)$ であることを示せ。

(iii) それぞれ 4 個の 0 と 1 からなる長さ 8 の 01 列で、(ii) の必要十分条件を満たすものの総数をもとめよ。

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

