2022年度　明治大学
【全学部統一】
解答時間　　60分
配点　　100点

る

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B　問題

はじめに，これを読みなさい。

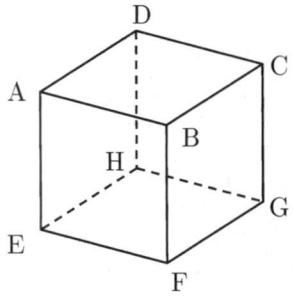
1. 解答を始めるよう合図があるまで，問題冊子は開かないこと。
2. この問題冊子は 8 ページある(表紙の次の白紙2ページはメモ用紙として使用してもよい)。
3. 解答用紙に印刷されている座席番号が正しいかどうか，受験票と照合して確認すること。
4. 監督者の指示にしたがい，解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
5. 解答は，すべて解答用紙の所定欄にマークすること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。
6. 1つの解答欄に2つ以上マークしないこと。
7. 解答は，必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
8. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
9. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. **解答用紙はすべて回収する**ので，持ち帰らず，**必ず提出する**こと。
11. 問題冊子は，必ず持ち帰ること。
12. 試験時間は，60分である。
13. 分数形で解答する場合は，既約分数で答えること。
14. 根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。
15. マーク記入例

良い例	悪　い　例
●	◉　⊗　◯

〔Ⅰ〕 次の空欄中ア, イ, ウ, エ, オ, カに当てはまるものを解答群の中から選びその記号をマークせよ。それ以外の空欄には当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし, $\boxed{\text{キク}}$, $\boxed{\text{コサ}}$, $\boxed{\text{チツ}}$ は 2 桁の数であり, $\boxed{\text{シスセ}}$ は 3 桁の数である。

(1) 右図のような正六面体 ABCD–EFGH において, 辺 FG の中点を M とする。

このとき, 三角形 CHM の重心を X とすると,



$$\overrightarrow{AX} = \boxed{\text{ア}}\,\overrightarrow{AB} + \boxed{\text{イ}}\,\overrightarrow{AD} + \boxed{\text{ウ}}\,\overrightarrow{AE}$$

と表せ, 直線 AG と三角形 CHM の交点を Y とすると,

$$\overrightarrow{AY} = \boxed{\text{エ}}\,\overrightarrow{AB} + \boxed{\text{オ}}\,\overrightarrow{AD} + \boxed{\text{カ}}\,\overrightarrow{AE}$$

と表せる。

アイウエオカの解答群

⓪ 1　① $\frac{1}{2}$　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{2}{3}$　④ $\frac{1}{4}$

⑤ $\frac{3}{4}$　⑥ $\frac{1}{5}$　⑦ $\frac{4}{5}$　⑧ $\frac{1}{6}$　⑨ $\frac{5}{6}$

（このページは計算や下書きに利用してもよい。）

(2)　1ではない正の実数 x, y が次の条件を満たすとする。

$$\begin{cases} xy = \dfrac{1}{4} \\ \dfrac{1}{\log_2 x} + \dfrac{1}{\log_2 y} = \dfrac{8}{21} \end{cases}$$

このとき，$x + y = \dfrac{\boxed{\text{キク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。

(3)　4個の文字A，B，C，Dから，重複を許して5個取り出して1列に並べる。このとき，AとBが隣り合わず，CとDが隣り合わないような並べ方は $\boxed{\text{シスセ}}$ 通りある。

(4)　三角形ABCの∠Aの二等分線と辺BCとの交点をDとする。AB = 8，AC = 3，AD = 4とするとき，BD : CD = $\boxed{\text{ソ}}$: $\boxed{\text{タ}}$ であり，BC = $\dfrac{\boxed{\text{チツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

（このページは計算や下書きに利用してもよい。）

〔Ⅱ〕 次の空欄中アからソに当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

x の関数 $f(x)$ を $f(x) = x^2$ とする。

(1) x の関数 $g(x)$ を $g(x) = x^3 - 2x^2 - x + 3$ とする。曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ は 3 個の交点をもつ。それら交点を x 座標が小さい順に A，B，C とすると，点 A，B，C の x 座標はそれぞれ $-\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ である。曲線 $y = g(x)$ の接線の傾きが最小となるのは，接点の x 座標が $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ のときで，その最小値は $-\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。また，点 B を通る $y = g(x)$ の接線の傾きの最小値は $-\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(2) x の関数 $h(x)$ が

$$h(x) = -x^2 + \frac{x}{6}\int_0^3 h(t)\,dt + 4$$

を満たすとき，

$$h(x) = -x^2 + \boxed{\text{コ}}\,x + 4$$

である。曲線 $y = f(x)$ と $y = h(x)$ の交点の中点は $\left(\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}, \dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\right)$ であり，$y = f(x)$ と $y = h(x)$ で囲まれる図形の面積は原点を通る直線 $y = \boxed{\text{ソ}}\,x$ で 2 等分される。

（このページは計算や下書きに利用してもよい。）

〔Ⅲ〕 次の空欄中ア，カ，キに当てはまるものを解答群の中から選びその記号をマークせよ。それ以外の空欄には当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし，$\boxed{\text{エオ}}$ は 2 桁の数である。

(1) 三角形 ABC の内接円が辺 AB と接する点を P とし，辺 BC と接する点を Q とし，辺 CA と接する点を R とする。∠A の大きさを θ とすると，$\angle \mathrm{APR} = \boxed{\text{ア}}$ であり，$\angle \mathrm{PQR} = \boxed{\text{ア}}$ である。

(2) 三角形 T_1 の 3 つの角のうち，角の大きさが最小のものは $\dfrac{\pi}{6}$ で，最大のものは $\dfrac{\pi}{2}$ であるとする。$n = 1, 2, 3, \cdots\cdots$ について，三角形 T_n の内接円を O_n とし，T_n と O_n とが接する 3 つの点を頂点とするような三角形を T_{n+1} とする。このとき，三角形 T_2 の 3 つの角のうち，角の大きさが最小のものは $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{イ}}}$ で，最大のものは $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}\pi}{\boxed{\text{エオ}}}$ である。

$n = 1, 2, 3, \cdots\cdots$ について，三角形 T_n の 3 つの角のうち，角の大きさが最小のものを a_n とし，最大のものを b_n とする。三角形 T_{n+1} について

$$a_{n+1} = \boxed{\text{カ}}, \quad b_{n+1} = \boxed{\text{キ}}$$

と表せる。この式より

$$a_n + b_n = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\pi$$

$$b_n - a_n = \frac{\pi}{\boxed{\text{コ}} \cdot \boxed{\text{サ}}^{\,n-1}}$$

であり，

$$a_n = \frac{\pi}{\boxed{\text{シ}}}\left(1 - \frac{1}{\boxed{\text{ス}}^{\,n}}\right)$$

である。

アの解答群

⓪ 0　① $\dfrac{\pi}{2}$　② θ　③ $\dfrac{\theta}{2}$

④ $\dfrac{\pi}{2}-\theta$　⑤ $\dfrac{\pi-\theta}{2}$　⑥ $\pi-\dfrac{\theta}{2}$

⑦ $\pi-\theta$　⑧ $\dfrac{\pi-3\theta}{2}$　⑨ $\dfrac{\pi}{2}-3\theta$

カキの解答群

⓪ $\dfrac{a_n}{2}$　① $\dfrac{b_n}{2}$　② $\dfrac{\pi}{2}-a_n$　③ $\dfrac{\pi}{2}-b_n$

④ $\dfrac{\pi-a_n}{2}$　⑤ $\dfrac{\pi-b_n}{2}$　⑥ $\pi-\dfrac{a_n}{2}$

⑦ $\pi-\dfrac{b_n}{2}$　⑧ $\pi-a_n$　⑨ $\pi-b_n$