

2022 年度 明治大学

【理 工 学 部】

解答時間 90分

配点 120点

あ

数 学 問 題

注 意

1. 解答を始めるよう合図があるまで、問題冊子は開かないこと。
2. この問題冊子は 10 ページあります。試験開始の指示のあとで確認しなさい。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含みません。
3. 解答用紙には表と裏に解答欄があります。また、座席番号が解答用紙に印刷されています。印刷されている座席番号と受験票に記されているあなたの座席番号が一致していることを確認しなさい。
4. 監督者の指示に従って、解答用紙の所定の欄に氏名を記入しなさい。
5. 問題〔 I 〕の解答は、解答用紙の所定の欄に、下のマーク記入例の良い例のようにマークしなさい。解答欄 1 行につき 2 つ以上マークしてはいけません。2 つ以上マークした場合は、その解答は無効になります。
6. 問題〔 II 〕,〔 III 〕は、解答用紙の所定の欄に解答しなさい。
7. 解答は、鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入しなさい。
8. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消しなさい。なお、消しクズが解答用紙に残らないようにしなさい。
9. 解答用紙は汚したり折り曲げたりしてはいけません。また、所定の欄以外には何も記入してはいけません。
10. 解答用紙は必ず提出しなさい。問題冊子は必ず持ち帰りなさい。
11. 試験時間は 90 分です。

(マーク記入例)

良い例	悪い例
	

〔Ⅰ〕 次の ア から ニ にあてはまる 0 から 9 までの数字を，解答用紙の所定の欄にマークせよ。 $\boxed{\text{ウエオ}}$ は 3 桁の数， $\boxed{\text{カキ}}$ ， $\boxed{\text{クケ}}$ ， $\boxed{\text{シス}}$ は 2 桁の数である。また， $\boxed{\text{ツ}}$ と $\boxed{\text{ツ}}$ には同じものがあてはまる。なお，分数は既約分数にすること。

(1) $f(x) = (x+2)(x-1)^{10}$ とし，この式を展開して

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{11}x^{11}$$

と表す。ただし， $a_0, a_1, \dots, a_{11}$ は定数である。

(a) 多項式 $f(x)$ を $x-2$ で割ったときの余りは $\boxed{\text{ア}}$ である。

(b) $a_{10} = -\boxed{\text{イ}}$ である。

(c) $a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = \boxed{\text{ウエオ}}$ である。

(d) $f(i) = \boxed{\text{カキ}} - \boxed{\text{クケ}}i$ である。ただし， i は虚数単位である。

(このページは計算や下書きに利用してよい。)

(2) 座標平面上の曲線 $x^2 + 2xy + 2y^2 = 5$ を C とする。

(a) 直線 $2x + y = t$ が曲線 C と共有点をもつとき、実数 t のとり得る値の範囲は $-\boxed{\text{コ}} \leq t \leq \boxed{\text{サ}}$ である。

(b) 直線 $2x + y = t$ が曲線 C と $x \geq 0$ の範囲で少なくとも1個共有点をもつとき、実数 t のとり得る値の範囲は $-\frac{1}{2}\sqrt{\boxed{\text{シス}}} \leq t \leq \boxed{\text{セ}}$ である。

(このページは計算や下書きに利用してよい。)

(3) $f(x) = (\log x)^2 + 2\log x + 3$ として、座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。ただし、 $\log x$ は x の自然対数を表し、 e を自然対数の底とする。

(a) 関数 $f(x)$ は、 $x = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{e}$ のとき最小値 $\boxed{\text{タ}}$ をとる。

(b) 曲線 C の変曲点の座標は $(\boxed{\text{チ}}, \boxed{\text{ツ}})$ である。

(c) 直線 $y = \boxed{\text{ツ}}$ と曲線 C で囲まれた図形の面積は $\frac{\boxed{\text{テ}}}{e^2}$ である。

(d) a を実数とする。曲線 C の接線で、点 $(0, a)$ を通るものがちょうど 1 本あるとき、 a の値は $\boxed{\text{ト}}$ である。

(e) b を実数とする。曲線 C の 2 本の接線が点 $(0, b)$ で垂直に交わる時、 b の値は $\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

(このページは計算や下書きに利用してよい。)

〔 II 〕 次の あ から か にあてはまる数や式を解答用紙の所定の欄に記入せよ。途中経過を記入する必要はない。また、え と え には同じものがあてはまる。

平面上の長さ 3 の線分 AB 上に、 $AP = t$ ($0 < t < 3$) を満たす点 P をとる。中心を O とする半径 1 の円 O が、線分 AB と点 P で接しているとする。 $\alpha = \angle OAB$, $\beta = \angle OBA$ とおく。 $\tan \alpha$, $\tan \beta$, $\tan(\alpha + \beta)$ を t で表すと $\tan \alpha =$ あ, $\tan \beta =$ い, $\tan(\alpha + \beta) =$ う である。 $0 < \alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$ であるような t の範囲は え である。

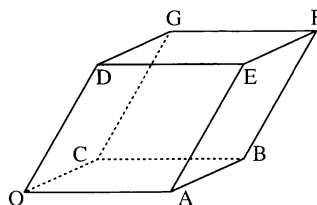
t は え の範囲にあるとする。点 A, B から円 O に引いた接線の接点のうち、P でないものをそれぞれ Q, R とすると、 $\angle QAB + \angle RBA < \pi$ である。したがって、線分 AQ の Q の方への延長と線分 BR の R の方への延長は交わり、その交点を C とすると、円 O は三角形 ABC の内接円である。

このとき、線分 CQ の長さを t で表すと $CQ =$ お である。また、 t が え の範囲を動くとき、三角形 ABC の面積 S のとり得る値の範囲は か である。

(このページは計算や下書きに利用してよい。)

〔 III 〕 次の き から せ にあてはまる数や式を解答用紙の所定の欄に記入せよ。途中経過を記入する必要はない。

右の図のような6つの平行四辺形で囲まれた平行六面体 $OABC-DEFG$ において、すべての辺の長さは1であり、 $\vec{OA}$, $\vec{OC}$, $\vec{OD}$ のどの2つのなす角も $\frac{\pi}{3}$ であるとする。



(1) $\vec{OF}$ を $\vec{OA}$, $\vec{OC}$, $\vec{OD}$ を用いて表すと、 $\vec{OF} =$ き である。

(2) $|\vec{OF}|$, $\cos \angle AOF$ を求めると、 $|\vec{OF}| =$ く, $\cos \angle AOF =$ け となる。

(3) 三角形 ACD を底面とする三角錐 $OACD$ を、直線 OF のまわりに1回転してできる円錐の体積は こ である。

(4) 対角線 OF 上に点 P をとり、 $|\vec{OP}| = t$ とおく。点 P を通り、 $\vec{OF}$ に垂直な平面を H とする。平行六面体 $OABC-DEFG$ を平面 H で切ったときの断面が六角形となるような t の範囲は さ である。このとき、平面 H と辺 AE の交点を点 Q として、 $|\vec{AQ}|$ を t の式で表すと $|\vec{AQ}| =$ し である。また、 $|\vec{PQ}|^2$ を t の式で表すと

$$|\vec{PQ}|^2 = |\vec{OQ}|^2 - |\vec{OP}|^2 = \text{ す }$$

である。

(5) 平行六面体 $OABC-DEFG$ を、直線 OF のまわりに1回転してできる回転体の体積は せ である。

(このページは計算や下書きに利用してよい。)

