2022年度　明治大学
【情報コミュニケーション学部】
解答時間　　60分
配点　　100点

ゆ

数　学　問　題

はじめに，これを読みなさい。

1. この問題用紙は9ページある。**ただし，ページ番号のない白紙はページ数に含まない**。白紙は計算用紙として使用してよい。
2. 解答用紙に印刷されている座席番号が正しいかどうか，受験票と照合して確認すること。
3. 監督者の指示にしたがい，解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
4. 解答は，すべて解答用紙の所定欄にマークするか，または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。
5. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
6. 解答は，鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
7. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
8. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
9. 問題は〔Ⅰ〕〜〔Ⅴ〕まで5問ある。〔Ⅰ〕，〔Ⅱ〕は必ず解答すること。〔Ⅲ〕，〔Ⅳ〕，〔Ⅴ〕はいずれか2問を選択して解答すること。
10. **解答用紙はすべて回収する**。持ち帰らず，必ず提出すること。ただし，この問題用紙は，必ず持ち帰ること。
11. 試験時間は60分である。
12. マーク記入例

良い例	悪　い　例
●	◉　⊗　◍

〔Ⅰ〕 (1)〜(5) において，Ⓐ，Ⓑ，Ⓒの値の大小関係を調べ，最大のものと最小のものを，それぞれ所定の解答欄（表面）にマークせよ。

(1) $90^\circ < \theta < 180^\circ$ とする。$\sin\theta = \dfrac{2}{3}$ のとき，

Ⓐ $\sin(180^\circ - \theta)$　　Ⓑ $\cos(180^\circ - \theta)$　　Ⓒ $\tan(180^\circ - \theta)$

(2) x についての整式 $x^3 + ax^2 + bx + c$ が $x - 1$ で割っても，$x + 1$ で割っても，$x + 2$ で割っても -1 余るとき，

Ⓐ a　　Ⓑ b　　Ⓒ c

(3) Ⓐ $\log_{\frac{1}{2}}(\sin 30^\circ)$　　Ⓑ $\log_2(\cos 45^\circ)$　　Ⓒ $\log_3(\tan 60^\circ)$

(4) 実数 x，y に関する次の 4 つの命題

- $x^2 + y^2 = 0$ ならば $x = y$
- $x^2 - y^2 = 0$ ならば $x = y$
- $(x + y)^2 = 0$ ならば $x = y$
- $(x - y)^2 = 0$ ならば $x = y$

について，

Ⓐ その命題が真であり，かつその命題の対偶が偽である命題の数

Ⓑ その命題が真であり，かつその命題の対偶も真である命題の数

Ⓒ その命題が偽であり，かつその命題の逆が真である命題の数

(5) 原点を中心とする半径 r の円 C と直線 $l : 2x + y = k$ は第 1 象限内の点 P で接する。点 P の x 座標を t とするとき，

Ⓐ r　　Ⓑ t　　Ⓒ k

（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅱ〕 所定の解答欄（表面）に，解答をマークせよ。

問題文中の $\boxed{\text{カ}}$ ，$\boxed{\text{キ}}$ は解答が1ケタの数であることを，$\boxed{\text{アイ}}$ などは解答が2ケタの数であることを，$\boxed{\text{ウエオ}}$ は解答が3ケタの数であることを表している。

なお，分数で解答する場合は，それ以上約分できない形で答えること。

(1) 初項 -85，公差 4 の等差数列 $\{a_n\}$ において，初項から第 n 項までの和 S_n は，$n = \boxed{\text{アイ}}$ のとき最小値 $-\boxed{\text{ウエオ}}$ をとる。

(2) $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}| = 2$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}| = \sqrt{7}$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}} = 5$ のとき，△OAB の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(3) ある大学生の集団 A および B について，過去半年に読んだ本の冊数を集計したところ，それぞれの集団の人数，平均，分散は下の表のとおりになった。このとき，集団 A，集団 B を合わせた集団の平均は $\boxed{\text{クケ}}$ ，分散は $\boxed{\text{コサ}}$. $\boxed{\text{シス}}$ である。

	人数	平均	分散
集団 A	30	24	10
集団 B	50	16	16

（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅲ〕,〔Ⅳ〕,〔Ⅴ〕のうち２問を選択して解答せよ。(なお３問すべてに解答した場合は，高得点の２問を合計得点に含める。)

〔Ⅲ〕 所定の解答欄（表面）に，(1) については答のみを，(2) と (3) については解答経過と答をともに記せ。

定数 a，b は実数で，$a \neq 0$，$b \neq 0$ であり，$a \neq b$ とする。

３次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ が $x = a$，$x = b$ で極値をとり，極小値が 0 であるとき，次の問に答えよ。

(1) $x = a$ で極値をとることを利用して，a を用いた式で b を表せ。

(2) a，b を求めよ。

(3) c を求めよ。

（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅲ〕,〔Ⅳ〕,〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお3問すべてに解答した場合は，高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅳ〕 所定の解答欄（裏面）に，(1) と (2) については証明を，(3) については解答経過と答をともに記せ。

n，p はともに 2 より大きな自然数である。また，p は素数である。このとき，次の問に答えよ。

(1) $2n+1$ が p で割り切れるとき，n は p で割り切れないことを示せ。

(2) n と $2n+1$ は互いに素であることを示せ。

(3) n^3+8n が $2n+1$ で割り切れるときの n の値をすべて求めよ。

（このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。）

〔Ⅲ〕,〔Ⅳ〕,〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお3問すべてに解答した場合は，高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅴ〕 所定の解答欄（裏面）に，(1) については答のみを，(2)～(4) については解答経過と答をともに記せ。ただし，分数はそれ以上約分できない形とすること。

ある箱の中に1から6までの異なる数字が一つずつ重複せずに書かれた6枚のカードが入っている。この箱の中からカードを箱に戻すことなく1枚ずつ無作為に取り出し，自然数を作る。自然数は，カードを取り出した順番に一の位，十の位，……と割り当てて作ることとする。このとき，次の問に答えよ。

(1) 3枚のカードを取り出してできた3ケタの自然数の百の位が4である確率を求めよ。

(2) 4枚のカードを取り出してできた4ケタの自然数が15で割り切れる確率を求めよ。

(3) 奇数が書かれたカードを取り出したときにはカードをもう1枚取り出すことができるが，偶数が書かれたカードを取り出したときにはそれ以上カードを取り出すことができないとする。このとき，できた自然数が3の倍数になる確率を求めよ。

(4) 5枚のカードを取り出してできた5ケタの自然数が，取り出されずに残ったカードに書かれた数字が示す1ケタの自然数で割り切れる確率を求めよ。

（以上問題終）