

2022 年度 明治大学

【政治経済学部】

解答時間 60分

配点 100点

よ

数 学 問 題

注意事項

1. 解答を始めるよう合図があるまで、問題冊子は開かないこと。
2. この問題冊子は 14 ページまでである。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
3. これは、数学の問題である。解答用紙が出願時に選択した科目であるかどうか確認のうえ、解答すること。
4. 解答用紙の所定の欄に、必ず氏名を記入すること。
5. 解答用紙には座席番号が印刷されている。座席番号が正しいかどうか受験票と照合し確認すること。
6. 解答は、すべて解答用紙の解答欄にマークまたは記入すること。解答欄以外のところは何も記入しないこと。
7. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入すること。
8. 訂正は消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
9. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. 数・文字は正確に書くこと。
11. 解答用紙は持ち帰らないこと。
12. この問題冊子は必ず持ち帰ること。
13. 試験時間は 60 分である。
14. マークの記入例

良い例	悪い例
	

〔 I 〕 次の各問の にあてはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。分数はすべて既約分数で表し，根号の中の平方数は根号の外に出して簡略化せよ。文字 x について，通常 $1x$ は x と書き，1 を省略するが，以下の問では x の係数として 1 を正答とする場合もあり得る。

(1) さいころを 4 回投げることを考える。 k 回目 ($k = 1, 2, 3, 4$) に出た目の数を a_k とする。

① $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$ となる目の出方は アイ 通りある。

② $a_1 \leq a_2 < a_3 < a_4$ となる目の出方は ウエ 通りある。

③ $a_1 \leq a_2 < a_3 \leq a_4$ となる目の出方は オカ 通りある。

このページは計算用紙として使用しないでください。

(2) x, y, z はそれぞれ 0 以上の実数であり, $x + y + z = \pi$ かつ

$$\begin{cases} \sin x \cos y = \sin z \\ \cos x + \sin y = \sqrt{3} \sin z \end{cases}$$

を満たすとする。

① $y = 0$ のとき, $x = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \pi$ である。

② $y > 0$ のとき, $x = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \pi, y = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \pi$ である。

このページは計算用紙として使用しないでください。

(3) 座標空間において、定点 $A(0, 0, 1)$ と 2 点 $B(b, 0, 0)$ および $C(0, c, 0)$ が与えられている。ここで b, c は正の実数であり、 $\angle BAC = \frac{1}{3}\pi$ を満たすように変化する。

① $\vec{AB}$ と $\vec{AC}$ の内積 $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ の値は ア である。

② $\triangle ABC$ の面積は $\frac{\sqrt{\text{イ}}}{\text{ウ}}$ である。

③ $b = \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき、 $c = \frac{\text{エ} \sqrt{\text{オ}}}{\text{カ}}$ である。

④ 線分 BC の長さの最小値は $\sqrt{\text{キ}}$ である。

このページは計算用紙として使用しないでください。

(4) a は正の定数であり, 2 次関数 $f(x)$ は

$$\int_a^x f(t)dt + af(x) = 2x^3 + 3x^2 - 31x + 20$$

を満たす。

① 関数 $f(x)$ について, x^2 の係数は である。

② 定数 a の値は である。また関数 $f(x)$ は

$$f(x) = \text{} x^2 - \text{} x + \text{}$$

である。

このページは計算用紙として使用しないでください。

(5) xy 平面上に放物線

$$H: y = x^2$$

と直線

$$L: y = x + 6$$

がある。両者の交点を A, B とする。ただし A の x 座標は B の x 座標より小さい。

いま直線 L を y 軸の負の向きに平行移動した直線 M を考える。ここで直線 M は放物線 H と異なる 2 点 P, Q で交わるとする。ただし P の x 座標は Q の x 座標より小さい。P の x 座標を k とおく。

① Q の x 座標を k の式で表すと,

$$\boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}} k$$

である。

② k の値のとり得る範囲は

$$-\boxed{\text{ウ}} < k < \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

③ 四角形 ABQP の面積を S とする。 S を k の式で表すと,

$$S = \boxed{\text{カ}} k^3 - \boxed{\text{キ}} k^2 - \boxed{\text{ク}} k + \boxed{\text{ケコ}}$$

である。

④ 直線 M が条件を満たしながら動くとき、面積 S を最大にするような k の値は

$$-\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \text{ である。}$$

このページは計算用紙として使用しないでください。

(6) 関数

$$y = 4^x - 15 \cdot 2^x + 60 \cdot 2^{-x} + 16 \cdot 4^{-x} + 52$$

を考える。

- ① $t = 2^x - 2^{2-x}$ とする。このとき y は t の 2 次関数として

$$y = \boxed{\text{ア}} t^2 - \boxed{\text{イウ}} t + \boxed{\text{エオ}}$$

と表せる。

- ② y の最小値は $\frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。 y を最小にする x の値は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

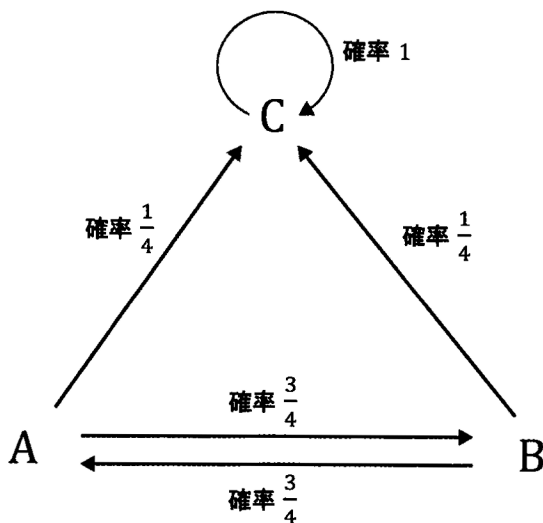
このページは計算用紙として使用しないでください。

〔Ⅱ〕 3つの地点 A, B, C のあいだを, 動点 P が次の規則に従って移動している。なお以下で n は 0 以上の整数である。

- (a) 時刻 n に地点 A にいるならば, 時刻 $n+1$ には確率 $\frac{3}{4}$ で B に, 確率 $\frac{1}{4}$ で C に移る。
- (b) 時刻 n に地点 B にいるならば, 時刻 $n+1$ には確率 $\frac{3}{4}$ で A に, 確率 $\frac{1}{4}$ で C に移る。
- (c) 時刻 n に地点 C にいるならば, 時刻 $n+1$ には確率 1 で C にとどまる。

時刻 n において動点 P が地点 A, B, C にいる確率をそれぞれ a_n, b_n, c_n とする。また, 時刻 0 に動点 P は地点 A にいるとする。すなわち $a_0 = 1, b_0 = 0, c_0 = 0$ とする。次の各問に答えよ。

- (1) b_1 と a_2 と c_3 の値をそれぞれ求めよ。
- (2) c_{n+1} を c_n で表せ。
- (3) c_n の一般項を求めよ。
- (4) $c_n \geq 0.99$ となるような最小の整数 n を求めよ。なお $\log_{10} 2 = 0.30, \log_{10} 3 = 0.48$ とする。



このページは計算用紙として使用しないでください。

