

2022 年度 明治大学

【商 学 部】

解答時間 60分

配点 100点

さ

数 学 問 題

はじめに、これを読むこと。

1. この問題用紙は7ページまでである。ただし、ページ番号のない**白紙**はページ数に含まない。
2. 問題は、1ページから3ページに書かれている。それ以外のページは、計算用紙として使用してよい。
3. 解答用紙に印刷されている座席番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
4. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
5. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しない。
6. 分数形で解答する場合は、それ以上約分できない形で答えなさい。また、根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
7. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
8. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
9. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
10. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
11. **解答用紙はすべて回収する**。持ち帰らず、必ず提出しなさい。ただし、この問題用紙は、必ず持ち帰りなさい。
12. 試験時間は60分である。
13. マーク記入例

良い例	悪い例
	

※ この問題用紙は、必ず持ち帰りなさい。

〔 I 〕 次の各問の に入る数値を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1. それぞれ 1, 2, 3 の番号が書かれた青のカード 3 枚と、赤のカード 3 枚、合計 6 枚のカードがある。このカードを、番号も色も見えない状態で、1 枚ずつ引いて行きカードの色が何色かは問わずに、1, 2, 3 の番号が全てそろったら終了する。但し、何回目かに引いたカードの番号が、それ以前に引いたカードと同じ場合は、前に引いたカードを残して、その回に引いたカードを捨てる。このとき、1, 2, 3 の番号がそろうまでカードを引く回数は、最大で (1) 回である。

また、青のカードのみで、1, 2, 3 の番号がそろうカードの引き方は、 (2) 通りである。

(2) は正答なし

2. ある整数を、6 進数として表すと、2 以上の整数 a, b があって、 $ab_{(6)}$ と 2 桁の数として書けている。この数を a 進数として表したとき、 $123_{(a)}$ と書けるならば、 $a =$ (3) , $b =$ (4) である。

3. 正の数 c について、直線 $y = x + c$ を、 ℓ と置き、 $y = x(x^2 - 2)$ で定まる曲線を、 C とする。このとき、 C と ℓ の共有点が 2 つならば、 $c =$ (5) である。このとき、更に、直線 $y = x - c$ を ℓ' と置くと、 C と ℓ, ℓ' で囲まれた図形 (C と ℓ で囲まれた図形と、 C と ℓ' で囲まれた図形を合わせた図形) の面積は、 (6) となる。

A. 0	B. 1	C. 2	D. 3
E. 4	F. 5	G. 6	H. 7
I. 8	J. 9	K. 10	L. 11.2
M. 12	N. 12.5	O. 13	P. 13.5
Q. 14	R. 15.75	S. 17.3	T. 18
U. 20	V. 22	W. 24	X. 34
Y. 36	Z. 40		

〔Ⅱ〕 次のア～ツに当てはまる 0～9 の数字を解答欄にマークせよ。

座標平面の原点を O とし, 2 点 A(3,1), B(1,3) をとる。

$\vec{PA} \cdot \vec{PB} = 0$ を満たす点 P(x,y) の軌跡は,

$$x^2 + y^2 = \boxed{\text{ア}}x + \boxed{\text{イ}}y - \boxed{\text{ウ}}$$

を満たすので, 中心 $(\boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}})$, 半径 $\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ の円となる。

$|\vec{CA}| = \sqrt{2}$ となる円周上の点を, C とする。CO と AB が交わるとすると,

C の座標は,

$$\left(\frac{\boxed{\text{キ}} + \sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}, \frac{\boxed{\text{コ}} + \sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}} \right)$$

と決まる。更に円周上の点 D で, DO と AB は, 交わらず $2|\vec{DB}| = (1 + \sqrt{3})|\vec{DC}|$ を

満たすならば, $\cos \angle CDB = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ だから, $|\vec{DC}| = \boxed{\text{ソ}}$ となる。

従って, $\triangle CDB$ の面積は, $\frac{\boxed{\text{タ}} + \sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ と決まる。

〔Ⅲ〕 $a_1 = 0$ で、公差が d の等差数列 $\{a_n\}$ から、次の操作 $(*)$ により、新しい数列 $\{b_n\}$ をつくる。

$(*)$ $f_1(x) = 2d^2 - 2x^2$ とし、 $n = 2, 3, 4, \dots$ について、

$$f_n(x) = -2(x - a_{n-1})(x - a_{n+1})$$

とする。このとき、数列 $\{b_n\}$ を、初項 b_1 が 0 で、 $n \geq 2$ について、一般項 b_n を、 xy 平面上 $x \geq \frac{d}{2}, y \geq 0$ の範囲で、 x 軸と関数 $f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)$ のグラフで囲まれた図形の面積として定める。

このとき、次の問に答えよ。

1. $\{a_n\}$ が、 $a_1 = 0$ 、公差 2 の等差数列のとき、 $(*)$ によって与えられる数列 $\{b_n\}$ について、

(1) b_2, b_3 を定める図形を、図示せよ。

(2) $\{b_n\}$ は等差数列となる。一般項 b_n を、求めよ。

2. $k = 1, 2, 3, \dots$ について、数列 $\{a_n(k)\}$ を、次の様に定める。

$\{a_n(1)\}$ を、初項 0 、公差 1 の等差数列とし、 $k \geq 2$ について、 $\{a_n(k)\}$ を $\{a_n(k-1)\}$ から $(*)$ によってつくられる数列とする。

(1) $k = 2, 3, 4$ について、 $\{a_n(k)\}$ の公差を求めよ。

(2) $\{a_n(k)\}$ の公差を、 d_k と置くと、 $\log_{d_2} d_{k+2}$ を求めよ。

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

