

2023 年度 明治大学

【全学部統一】

解答時間 60分

配点 100点

ひ

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B 問題

はじめに、これを読みなさい。

1. 解答を始めるよう合図があるまで、問題冊子は開かないこと。
2. この問題冊子は8ページある(表紙の次の白紙2ページはメモ用紙として使用してもよい)。
3. 解答用紙に印刷されている座席番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
4. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
5. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークすること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。
6. 1つの解答欄に2つ以上マークしないこと。
7. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入すること。
8. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
9. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. **解答用紙はすべて回収するので、持ち帰らず、必ず提出すること。**
11. 問題冊子は、必ず持ち帰ること。
12. 試験時間は、60分である。
13. 分数形で解答する場合は、既約分数で答えること。
14. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。
15. マーク記入例

良い例	悪い例
	

〔 I 〕 次の空欄中アからチに当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし、タチ は 2 桁の数である。

(1) 数列 $\{a_n\}$ について次の条件が与えられている。

$$a_{n+2} = 4(a_{n+1} - a_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

ただし、 $a_1 = 2$, $a_2 = 16$ とする。このとき、

$$b_n = a_{n+1} - 2a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とおくと、 $b_{n+1} = \text{ア} b_n$ となるので、 $b_n = \text{イ} \cdot \text{ア}^{n+1}$ と表せる。
これにより

$$a_{n+1} = \text{ウ} a_n + \text{イ} \cdot \text{ア}^{n+1}$$

となり、数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = (\text{エ} n - \text{オ}) \text{カ}^n$$

である。

(2) k を実数とする。 x についての等式

$$x^2 - (4 - 3i)x + (4 - ki) = 0$$

を満たす実数 x があるとき、 $k = \text{キ}$ である。このとき、上の等式を満たす x の値は 2 つあり、ク と ケ - コ i である。ただし、 i を虚数単位とする。

(このページは計算や下書きに利用してもよい。)

- (3) データ A の大きさは 15 であり、データ A の値は 1, 2, 3, 4, 5 のいずれかであるとする。1, 2, 3, 4, 5 のそれぞれを階級値であると考えたとき、その度数はどれも 1 以上であるとする。階級値 1 の度数が 2、データ A の中央値が 2、データ A の平均値がちょうど 3 であるとき、階級値 5 の度数は サ である。

- (4) 自然数 m, n があり、 $1 < m < n$ とする。

$$\left(m + \frac{1}{n}\right) \left(n + \frac{1}{m}\right) \leq 12$$

を満たす (m, n) は (シ, ス) と (セ, ソ) である。ただし、
ス < ソ とする。

- (5) 原点を O とする座標平面上に点 A と点 B がある。点 A の座標は $(40, 0)$ であり、点 B は $OB = 37$, $AB = 13$ を満たす。この座標平面上で OB を直径とする円を C_1 とし、 AB を直径とする円を C_2 とする。このとき、 C_1 と C_2 の交点を結ぶ線分の長さは タチ である。

(このページは計算や下書きに利用してもよい。)

〔Ⅱ〕 次の空欄中ア、キ、テに当てはまるものを解答群の中から選びその記号をマークせよ。それ以外の空欄には当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし、ウエ、オカ、コサ は 2 桁の数で、タチツ は 3 桁の数である。

k を正の実数とし、 x の関数 $f(x)$ を

$$f(x) = x^3 - 3kx^2 + 9(k^2 + 2k - 3)$$

により定める。

関数 $f(x)$ は $x = \text{ア}$ で 極大値 イ $k^2 + \text{ウエ}$ $k - \text{オカ}$ をとり、
 $x = \text{キ}$ で 極小値 $-\text{ク}$ $k^3 + \text{イ}$ $k^2 + \text{ウエ}$ $k - \text{オカ}$ をとる。

以下、 $f(x)$ の極小値が 0 となる k の値を a, b (ただし、 $a < b$)、 $f(x)$ の極大値が 0 となる k の値を c とする。このとき、

$$a = \frac{\text{ケ} \left(\sqrt{\text{コサ}} - \text{シ} \right)}{\text{ス}}, \quad b = \text{セ}, \quad c = \text{ソ}$$

である。座標平面において、 $k = \text{セ}$ のとき、 x 軸の $x \geq 0$ の部分と y 軸の $y \geq 0$ の部分と $y = f(x)$ のグラフとで囲まれた図形の面積は タチツ である。

方程式 $f(x) = 0$ が異なる 3 つの実数解を持つための必要十分条件は テ である。

ア、キの解答群

- ① 0 ① $\frac{k}{2}$ ② $\frac{2k}{3}$ ③ k ④ $\frac{4k}{3}$
- ⑤ $2k$ ⑥ $-\frac{k}{2}$ ⑦ $-\frac{2k}{3}$ ⑧ $-k$ ⑨ $-2k$

テの解答群

- ① $k < a, b < k < c$ ① $k < a, c < k < b$ ② $k < c, a < k < b$
- ③ $a < k < b, c < k$ ④ $a < k < c, b < k$ ⑤ $c < k < a, b < k$
- ⑥ $a < k < c$ ⑦ $c < k < a$ ⑧ $b < k < c$ ⑨ $c < k < b$

- 〔Ⅲ〕 次の空欄中カに当てはまるものを解答群の中から選びその記号をマークせよ。それ以外の空欄には当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし、ウエ、キク、ケコ、サシ は 2 桁の数である。

1 辺の長さが 6 の正四面体 ABCD において、点 A から 3 点 B,C,D を通る平面に垂線 AH を下ろす。また辺 AB を 1 : 2 に内分する点を P、辺 AC を 2 : 1 に内分する点を Q、辺 AD を $t : 1 - t$ に内分する点を R とする。ただし、 $0 < t < 1$ とする。

- (1) AH の長さは ア $\sqrt{\text{イ}}$ であり、正四面体 ABCD の体積は ウエ $\sqrt{\text{オ}}$ である。
- (2) AH と三角形 PQR の交点を X とすると、 $\overrightarrow{AX} = \text{カ} \overrightarrow{AH}$ である。
- (3) 三角形 PQR の面積は $\sqrt{\text{キク} t^2 - \text{ケコ} t + \text{サシ}}$ と表せる。
- (4) $t = \frac{1}{2}$ のとき、四面体 APQR の体積は ス $\sqrt{\text{セ}}$ で、点 A から 3 点 P,Q,R を通る平面に垂線 AY を下ろすと、AY の長さは $\frac{\text{ソ} \sqrt{\text{タ}}}{\text{チ}}$ である。

カの解答群

- ① $\frac{2}{3t+2}$ ② $\frac{t}{3t+2}$ ③ $\frac{2t}{3t+2}$ ④ $\frac{3t}{3t+2}$ ⑤ $\frac{6t}{3t+2}$
- ⑥ $\frac{2}{9t+2}$ ⑦ $\frac{t}{9t+2}$ ⑧ $\frac{2t}{9t+2}$ ⑨ $\frac{3t}{9t+2}$ ⑩ $\frac{6t}{9t+2}$

(このページは計算や下書きに利用してもよい。)

