

2023 年度 明治大学

【理 工 学 部】

解答時間 90分

配点 120点

ぬ

数 学 問 題

注 意

1. 解答を始めるよう合図があるまで、問題冊子は開かないこと。
2. この問題冊子は12ページあります。試験開始の指示のあとで確認しなさい。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含みません。
3. 解答用紙には表と裏に解答欄があります。また、座席番号が解答用紙に印刷されています。印刷されている座席番号と受験票に記されているあなたの座席番号が一致していることを確認しなさい。
4. 監督者の指示に従って、解答用紙の所定の欄に氏名を記入しなさい。
5. 問題〔I〕の解答は、解答用紙の所定の欄に、下のマークシート記入例の良い例のようにマークしなさい。解答欄1行につき2つ以上マークしてはいけません。2つ以上マークした場合は、その解答は無効になります。
6. 問題〔II〕,〔III〕は、解答用紙の所定の欄に解答しなさい。
7. 解答は、鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入しなさい。
8. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消しなさい。なお、消しクズが解答用紙に残らないようにしなさい。
9. 解答用紙は汚したり折り曲げたりしてはいけません。また、所定の欄以外には何も記入してはいけません。
10. 解答用紙は必ず提出しなさい。問題冊子は必ず持ち帰りなさい。
11. 試験時間は90分です。

(マークシート記入例)

良い例	悪い例
	

〔 I 〕 次の ア から ラ にあてはまる 0 から 9 までの数字を，解答用紙の所定の欄にマークせよ。コサ，シス，ソタ，ツテ，ヌネ，ハヒ は 2 桁の数である。なお，分数は既約分数にすること。

(1) a, b, c を実数の定数とし，関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 + 3x - a \cos 2x}{4x} & (x > 0) \\ bx + c & (x \leq 0) \end{cases}$$

で定める。 $f(x)$ が $x = 0$ で微分可能であるとき

$$a = \frac{\text{ア}}{\text{カ}}, \quad b = \frac{\frac{\text{イ}}{\text{ク}}}{\text{ケ}}, \quad c = \frac{\frac{\text{コ}}{\text{ク}}}{\text{ケ}}$$

である。

(このページは計算や下書きに利用してよい。)

- (2) (a) t を実数とする。 x についての方程式 $x + \frac{1}{x} = t$ が実数解をもつための必要十分条件は

$$t \leq -\boxed{\text{カ}} \quad \text{または} \quad t \geq \boxed{\text{キ}}$$

である。

- (b) k を実数の定数とし、 $f(x) = 7x^4 + 2x^3 + kx^2 + 2x + 7$ とする。

$x = a$ が方程式 $f(x) = 0$ の解であるとき、 $t = a + \frac{1}{a}$ とおくと

$$\boxed{\text{ク}} t^2 + \boxed{\text{ケ}} t + (k - \boxed{\text{コサ}}) = 0$$

が成り立つ。

方程式 $f(x) = 0$ の異なる実数解の個数が 3 個となるような k の値は

$k = -\boxed{\text{シス}}$ である。

(このページは計算や下書きに利用してよい。)

(3) 当たりくじ4本とはずれくじ6本からなる10本のくじがある。この中からAが2本のくじを同時に引き、その後Bが2本のくじを同時に引く。ただし、Aが引いたくじは元には戻さないものとする。

(a) Aの引いたくじが2本とも当たりである確率は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

(b) AとBが引いたくじの中に1本も当たりがない確率は $\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

(c) Aが引いたくじのうち1本だけが当たりで、かつBが引いたくじのうち1本だけが当たりである確率は、 $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

(d) Bの引いたくじが2本とも当たりである確率は $\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

(このページは計算や下書きに利用してよい。)

- (4) 四面体 OABC において、辺 OA を 1:3 に内分する点を D, 辺 AB を 1:2 に内分する点を E, 辺 OC を 1:2 に内分する点を F とすると,

$$\overrightarrow{DE} = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}} \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{DF} = -\frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}} \overrightarrow{OC}$$

である。さらに、3点 D, E, F を通る平面と辺 BC の交点を G とすると,

$$\overrightarrow{DG} = \frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}} \overrightarrow{DE} + \frac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}} \overrightarrow{DF}$$

である。したがって

$$\overrightarrow{BG} = \frac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}} \overrightarrow{BC}$$

となる。

(このページは計算や下書きに利用してよい。)

〔 II 〕 次の , , , にあてはまる数と,

にあてはまる式を求めよ。解答は解答用紙の所定の欄に記入せよ。途中経過を記入する必要はない。

$f(x) = \frac{1}{8}x^2 - \log x$ ($x > 0$) とし, 座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。ただし, $\log x$ は x の自然対数を表す。関数 $f(x)$ は $x =$ で最小値をとる。曲線 C 上の点 $A(1, f(1))$ における曲線 C の接線を ℓ とすると, ℓ の方程式は $y =$ である。曲線 C と接線 ℓ および直線 $x = 2$ で囲まれた部分の面積は である。また, 点 $(t, f(t))$ ($t > 1$) を P とし, 点 A から点 P までの曲線 C の長さを $L(t)$ とすると $L(2) =$ である。また, $\lim_{t \rightarrow 1+0} \frac{L(t)}{t-1} =$ である。

(このページは計算や下書きに利用してよい。)

〔 III 〕 次の , にあてはまる数と, , ,

にあてはまる式を求めよ。解答は解答用紙の所定の欄に記入せよ。途中経過を記入する必要はない。

長さ 2 の線分 AB を直径とする円 O の周上に, 点 P を $\cos \angle PBA = \frac{\sqrt{3}}{3}$ となるようにとる。このとき $BP =$ である。線分 AB 上に A, B とは異なる点 Q をとり, $x = AQ$ ($0 < x < 2$) とする。PQ を x の式で表すと $PQ =$ となる。また, 三角形 BPQ の面積 S を x の式で表すと $S =$ である。直線 PQ と円 O の交点のうち, P でないものを R とする。三角形 AQR の面積 T を x の式で表すと $T =$ である。また, $0 < x < 2$ の範囲で x を動かすとき, T が最大になるのは $x =$ のときである。

(このページは計算や下書きに利用してよい。)

