

2023 年度 明治大学
【情報コミュニケーション学部】
解答時間 60分
配点 100点

数 学 問 題

はじめに、これを読みなさい。

1. 解答を始めるよう合図があるまで、問題冊子は開かないこと。
2. この問題冊子は 10 ページある。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。白紙は計算用紙として使用してよい。
3. 解答用紙に印刷されている座席番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
4. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
5. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。
6. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
7. 解答は、鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入のこと。
8. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
9. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. 問題は〔Ⅰ〕～〔Ⅴ〕まで 5 問ある。〔Ⅰ〕、〔Ⅱ〕は必ず解答すること。〔Ⅲ〕、〔Ⅳ〕、〔Ⅴ〕はいずれか 2 問を選択して解答すること。
11. **解答用紙はすべて回収する。**持ち帰らず、必ず提出すること。ただし、この問題冊子は、必ず持ち帰ること。
12. 試験時間は 60 分である。
13. マーク記入例

良い例	悪い例
	

〔 I 〕 (1)～(5)において、㉠、㉡、㉢の値の大小関係を調べ、最大のものと最小のものを、それぞれ所定の解答欄（表面）にマークせよ。

(1) $\vec{a} = (-2, 1)$, $\vec{b} = (1, -3)$ のとき、

㉠ $|\vec{a} + 2\vec{b}|$ ㉡ $|2\vec{a} + \vec{b}|$ ㉢ $|2\vec{a} + 2\vec{b}|$

(2) ㉠ $\int_{-1}^2 (-2x + 2)dx$ ㉡ $\int_{-1}^2 |-x|dx$ ㉢ $\int_{-1}^2 (-x^2 + 1)dx$

(3) A, B, C はいずれも 0° 以上 90° 以下で、

$$\sin A = \cos A$$

$$\sin B < \cos B$$

$$\sin C > \cos C$$

であるとき、

㉠ A ㉡ B ㉢ C

(4) 集合 X の要素の個数を $n(X)$ と表すことにする。有限集合 U を全体集合とする 3 つの部分集合 A, B, C の要素の個数が互いに異なり、 $n(A \cap C) = n(A)$, $n(\overline{B} \cap C) = 0$ であるとき、

㉠ $n(A)$ ㉡ $n(B)$ ㉢ $n(C)$

(5) 次のような 2 つの変量 X と Y からなるデータの相関係数の大きさ

㉠

X	1	2	3	4	5
Y	5	4	3	2	1

㉡

X	1	2	3	4	5
Y	2	1	4	3	5

㉢

X	1	2	3	4	5
Y	1	2	3	4	5

(このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。)

〔Ⅱ〕 所定の解答欄（表面）に、解答をマークせよ。

問題文中の 、 などは解答が 1 ケタの数であることを表している。

なお、分数で解答する場合は、それ以上約分できない形で答えること。なお、 i は虚数単位とする。

(1) a, b は整数で、 x の 3 次方程式 $x^3 - ax^2 + 10x - b = 0$ が $x = 1 \pm i$ を解にもつとき、

$a =$, $b =$ である。また、他の解は、 $x =$ である。

(2) $\frac{5}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$ のとき、関数 $y = \log_2(5 - x) + \log_8(x - 2)^3$ の最大値は

$2\log_2$ $-$ である。また、このときの x の値は $\frac{\text{カ}}{\text{キ}}$ である。

(3) 異なる正の整数 a, b, c は、この順に等差数列をなし、 $2b, 10a, 5c$ は、この順に等

比数列をなす。また、 $abc = 80$ である。このとき、 $a =$, $b =$,

$c =$ である。

(このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。)

〔Ⅲ〕、〔Ⅳ〕、〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお3問すべてに解答した場合は、高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅲ〕 所定の解答欄(表面)に、(1)と(2)については答のみを、(3)と(4)については解答経過と答をともに記せ。

曲線 $C: y = x^2$ 上の異なる2点 P, Q の x 座標をそれぞれ m, n とする。ただし、 $m < n$ とする。また、点 P, Q における接線をそれぞれ l_1, l_2 とし、 l_1 と l_2 の交点を R とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 接線 l_1 の方程式を、 m を用いて表せ。
- (2) 交点 R の座標を、 m, n を用いて表せ。
- (3) 接線 l_1, l_2 と曲線 C で囲まれた図形の面積を、 m, n を用いて表せ。
- (4) 交点 R が直線 $y = 2x - 3$ 上にあり、 m, n がともに整数であるときの m, n の値をすべて求めよ。

(このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。)

〔Ⅲ〕、〔Ⅳ〕、〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお3問すべてに解答した場合は、高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅳ〕 所定の解答欄(裏面)に、(1)～(4)について証明を記せ。なお、 n は整数とする。

(1) 連続する2つの整数の積が2の倍数であることを示せ。

(2) $n^3 - n$ が6の倍数であることを示せ。

(3) $n^5 - n$ が5の倍数であることを示せ。

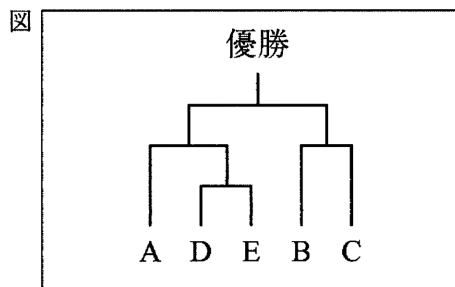
(4) $9n^5 + 15n^4 + 10n^3 - 4n$ が30の倍数であることを示せ。

(このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。)

〔Ⅲ〕、〔Ⅳ〕、〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお3問すべてに解答した場合は、高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅴ〕 所定の解答欄(裏面)に、(1)については答のみを、(2)～(5)については解答経過と答をともに記せ。なお、答の分数は、それ以上約分できない形にすること。

A, B, C, D, E の5チームが図に示したようなトーナメント戦により優勝チームを決定しようとしている。トーナメントの各対戦は、1 試合制または 3 試合制で勝利チームが決定する。なお、3 試合制の場合は、先に 2 勝したチームが勝利チームとなる。また、すべての試合で引き分けはないものとする。



A～E の各チームには 1 以上の整数で表される「チーム力」が設定されており、各チームが試合に勝つ確率はチーム力のみによって決まる。X, Y が A～E のいずれかのチームであるとき、X, Y のチーム力をそれぞれ x, y とすると、X が試合に勝利する確率は $\frac{x}{x+y}$ である。このとき、次の問に答えよ。

- (1) A～E のチーム力がすべて等しく、すべての対戦において 1 試合制で勝利チームを決定するとき、B が優勝する確率を求めよ。
- (2) A～E のチーム力がすべて等しく、決勝は 3 試合制で、その他の対戦は 1 試合制で勝利チームを決定するとき、B が優勝する確率を求めよ。

- (3) A, B, C, D, E のチーム力がそれぞれ 3, 2, 2, 1, 1 であり、決勝は 3 試合制で、その他の対戦は 1 試合制で勝利チームを決定するとき、A が優勝する確率、および D が優勝する確率をそれぞれ求めよ。
- (4) (3) と同じ条件のとき、B が優勝する確率を求めよ。
- (5) B, C, D, E のチーム力がそれぞれ 3, 3, 2, 2 であり、決勝は 3 試合制で、その他の対戦は 1 試合制で勝利チームを決定する。このとき、D が優勝する確率が $\frac{1}{20}$ 以上になる場合の A のチーム力の範囲を求めよ。

(以上問題終)

