

2023 年度 明治大学

【経 営 学 部】

解答時間 60分

配点 100点

れ

数 学 問 題

はじめに、これを読みなさい。

1. 解答を始めるよう合図があるまで、問題冊子は開かないこと。
2. この問題冊子は6 ページある。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
3. 解答用紙に印刷されている座席番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
4. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
5. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。
所定欄以外のところには何も記入しないこと。解答欄は裏面にもある。
6. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
7. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入のこと。
8. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
9. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. **解答用紙はすべて回収する。**持ち帰らず、必ず提出すること。ただし、この問題冊子は必ず持ち帰ること。
11. 試験時間は 60 分である。
12. マークシート記入例

良い例	悪い例
	

〔 I 〕 正六面体のサイコロがあり、1 から 6 までの数字が各面にひとつずつ書かれている。このサイコロを 2 回投げて出た目の数を順に a, b とする。

以下の間に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。ただし、分数はすべて既約分数にしなさい。

(1) $\frac{a}{b}$ が整数となる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

(2) 2^{a-b} が整数となる確率は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

(3) $\log_2 \frac{a}{b}$ が整数となる確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ である。

(4) $\int_b^a x dx$ が整数となる確率は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(5) $\sin \frac{\pi}{a} + \cos \frac{\pi}{b}$ が整数となる確率は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ である。

ただし、 $\sin \frac{\pi}{5} = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$, $\cos \frac{\pi}{5} = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$ である。

(このページは計算用紙として使用しないでください。)

- 〔Ⅱ〕 平面上の3点O, A, Bを頂点とする三角形OABがある。辺OAの長さは2, 辺OBの長さは2, 辺ABの長さは $\sqrt{5}-1$ である。辺OAを $\sqrt{5}-1:3-\sqrt{5}$ に内分する点をC, 線分BCを $2:3-\sqrt{5}$ に外分する点をDとする。辺ABの中点をMとし, 直線OMに関して点Dと対称な点をE, 直線OMと直線DEの交点をP, 直線OMと直線AEの交点をQとする。

$\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ とし, 以下の問に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。ただし, 分数はすべて既約分数にしなさい(根号を含む分数については, 分母が最小の自然数となるように答えなさい。)

(1) $\cos \angle AOB = \frac{\boxed{\text{ソ}} + \sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ であり,

三角形OABの面積は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ツテ}} - \boxed{\text{ト}}} \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

(2) $\vec{OD} = \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ヌ}} - \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}} \vec{b}$ であり,

$\vec{OP} = \frac{\boxed{\text{ハ}} - \sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}}{\boxed{\text{フ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ヘ}} - \sqrt{\boxed{\text{ホ}}}}{\boxed{\text{マ}}} \vec{b}$ である。

(3) $\vec{OQ} = \frac{\boxed{\text{ミ}} - \sqrt{\boxed{\text{ム}}}}{\boxed{\text{メ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{モ}} - \sqrt{\boxed{\text{ヤ}}}}{\boxed{\text{ユ}}} \vec{b}$ であり,

三角形OAQの面積は三角形OABの面積の $\frac{\boxed{\text{ヨ}} - \sqrt{\boxed{\text{ラ}}}}{\boxed{\text{リ}}}$ 倍である。

(このページは計算用紙として使用しないでください。)

〔Ⅲ〕 座標平面上で、円 $x^2 + y^2 - 2ax - 4by - a^2 + 8a + 4b^2 - 10 = 0$ を C_1 とし、円 $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 3 = 0$ を C_2 とする。ただし、 a, b は定数である。

以下の問に答えなさい。ただし、分数はすべて既約分数にしない。設問 (1) は空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしない。設問 (2), (3), (4) は裏面の所定の欄に解答のみ書きなさい。

(1) 円 C_1 が点 $(1, 0)$ と点 $(1, 6)$ と点 $(3, 2)$ を通るとき、

円 C_1 は中心が点 $(\boxed{\text{ル}}, \boxed{\text{レ}})$ 、半径が $\sqrt{\boxed{\text{ロワ}}}$ の円である。

(2) 円 C_1 の中心が直線 $y = x + 3$ 上にあるとき、 b を a を用いて表した式を書きなさい。

(3) a, b が (2) の式をみたすとき、円 C_1 と C_2 が異なる 2 点で交わる a の範囲を書きなさい。

(4) a, b が (2) の式をみたし、 a が (3) の範囲にあるとき、円 C_1 と C_2 の 2 つの交点を通る直線を l とする。円 C_1 の中心と直線 l の距離が $\frac{5\sqrt{8}}{8}$ であるとき、直線 l の方程式を書きなさい。

(このページは計算用紙として使用しないでください。)

