

2023 年度 明治大学

【政治経済学部】

解答時間 60分

配点 100点

ろ

数 学 問 題

注意事項

1. 解答を始めるよう合図があるまで、問題冊子は開かないこと。
2. この問題冊子は 14 ページまでである。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
3. これは、数学の問題である。解答用紙が出願時に選択した科目であるかどうか確認のうえ、解答すること。
4. 解答用紙の所定の欄に、必ず氏名を記入すること。
5. 解答用紙には座席番号が印刷されている。座席番号が正しいかどうか受験票と照合し確認すること。
6. 解答は、すべて解答用紙の解答欄にマークまたは記入すること。解答欄以外のところは何も記入しないこと。
7. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入すること。
8. 訂正は消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
9. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. 数・文字は正確に書くこと。
11. 解答用紙は持ち帰らないこと。
12. この問題冊子は必ず持ち帰ること。
13. 試験時間は 60 分である。
14. マークの記入例

良い例	悪い例
	

〔 I 〕 次の各問の にあてはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。分数はすべて既約分数で表し、根号の中の平方数は根号の外に出して簡略化せよ。

- (1) 点 O を中心とする半径 1 の円周上に、3 点 A, B, C がある。3 点は A, B, C の順で反時計回りに位置しており

$$\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + \sqrt{3}\overrightarrow{OC} = \vec{0}$$

を満たす。

- ① 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ は

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

であり、また内積 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$ は

$$\frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

- ② $\triangle ABC$ の面積は

$$\frac{\boxed{\text{オ}} + \sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

このページは計算用紙として使用しないでください。

(2) 座標平面上の点 (x, y) が条件

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 5 \\ x + y \geq \sqrt{5} \end{cases}$$

を満たす。円周率を π とする。

① 座標平面上で上の条件を満たす領域の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \pi - \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

② $x + 2y$ は、 $(x, y) = (\boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}})$ のとき最大値をとり、そして

$(x, y) = (\sqrt{\boxed{\text{キ}}}, \boxed{\text{ク}})$ のとき最小値をとる。

このページは計算用紙として使用しないでください。

(3) 次の問いに答えよ。

① $x + y + z = 23$ を満たす 0 以上の整数の組 (x, y, z) は アイウ 通りある。

② $x + y + z = 23$ を満たす正の奇数の組 (x, y, z) は エオ 通りある。

③ $x + y + z^2 = 23$ を満たす 0 以上の整数の組 (x, y, z) は カキ 通りある。

このページは計算用紙として使用しないでください。

(4) 次の問いに答えよ。ただし $\log_2 5 = 2.32$ とする。

① 不等式

$$40 \cdot 2^m > 10^8 - 1$$

を満たす最小の正の整数 m は アイ である。

② 不等式

$$1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^n \geq 10^8$$

を満たす最小の正の整数 n は ウエ である。

このページは計算用紙として使用しないでください。

(5) 次の問いに答えよ。

① 2023 の正の約数を小さい順に並べるとき、2 番目は ア、3 番目は

イウ であり、4 番目は エオカ である。

② 整数 n は イウ $\leq n \leq$ エオカ を満たし、かつ n を ア で割っ

たら 1 余るとする。このような整数 n の総和は キクケ である。

③ 整数 n は イウ $\leq n \leq$ エオカ を満たし、かつ n^2 を ア で割っ

たら 1 余るとする。このような整数 n の総和は コサシス である。

このページは計算用紙として使用しないでください。

(6) 定積分

$$f(a) = \int_a^{a+1} |x^2 - 2x| dx$$

を考える。ただし $a \geq 1$ である。

① $f(1) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ となる。

② $f(a) = \frac{10}{3}$ となるような a の値は

$$a = \frac{\boxed{\text{ウ}} + \sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{2}$$

である。

③ $f(a)$ が最小になるような a の値は

$$a = \frac{\boxed{\text{カ}} + \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{2}$$

である。

このページは計算用紙として使用しないでください。

〔Ⅱ〕 座標平面上に点 $A(1, 1)$ 、点 $B(3, 3)$ と動点 $P(0, t)$ がある。ただし $1 \leq t \leq 3$ である。 $\angle APB = \theta$ とする。円周率を π とする。

(1) $t = 2$ のとき、 $\tan \theta$ の値を求めよ。

(2) 実数 α と β は $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 、 $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ かつ $\alpha + \beta \neq \frac{\pi}{2}$ を満たすとする。
 $\tan(\alpha + \beta)$ を $\tan \alpha$ と $\tan \beta$ の式として表せ。

(3) $\theta = \frac{\pi}{4}$ となるような t の値を求めよ。

(4) $y = \frac{2}{\tan \theta}$ とする。 y は t の式として以下のように表せる。

$$y = at + \frac{b}{t} + c$$

ここで a, b, c は定数である。 a, b, c を求めよ。

(5) y が最小になるときの t の値を求めよ。導出の過程も書け。

このページは計算用紙として使用しないでください。

