

2023 年度 明治大学

【商 学 部】

解答時間 60分

配点 100点

つ

数 学 問 題

はじめに、これを読むこと。

1. 解答を始めるよう合図があるまで、問題冊子は開かないこと。
2. この問題冊子は7ページまでである。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
3. 問題は、1ページから3ページに書かれている。それ以外のページは、計算用紙として使用してよい。
4. 解答用紙に印刷されている座席番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
5. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
6. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しない。
7. 分数形で解答する場合は、それ以上約分できない形で答えなさい。また、根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
8. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
9. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
10. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
11. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
12. **解答用紙はすべて回収する。**持ち帰らず、必ず提出しなさい。ただし、この問題冊子は、必ず持ち帰りなさい。
13. 試験時間は60分である。
14. マーク記入例

良い例	悪い例
	

〔 I 〕 次の各問の に入る数値を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1. 平面上の点 O, A, B, C について、 $\vec{u} = \overrightarrow{OA}, \vec{v} = \overrightarrow{OB}, \vec{w} = \overrightarrow{OC}$ とするとき、
 $|\vec{u}| = |\vec{v}| = |\vec{w}| = 5, \vec{u} \cdot \vec{v} = 15, \vec{u} \cdot \vec{w} > 0, \vec{v} \perp \vec{w}$ を満たすならば、

$$\vec{w} = \text{(1)} \vec{u} - \text{(2)} \vec{v}$$

と書ける。

2. A グループが 3 人、B グループが 2 人の 2 つのグループに分かれて、A のメンバー 1 人対 B のメンバー 1 人で、テニスの試合を何試合か行う。但し、どの人も、必ず 1 試合以上は対戦し、同じ相手とは、1 試合しか対戦しないものとする。このとき、総試合数が、3 の場合の対戦の組合せは、 (3) 通りであり、4 の場合の対戦の組合せは、 (4) 通りである。

3. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\sin \theta + \cos 2\theta = \sin 3\theta$ を満たすならば、

$$\theta = \text{(5)} \pi \text{ または、} \theta = \text{(6)} \pi$$

である。(但し、 (5) $\leq$ (6) 。)

A. 0	B. 1	C. 2	D. 3
E. 4	F. 6	G. 8	H. 10
I. 12	J. 14	K. 18	L. 20
M. $\frac{1}{2}$	N. $\frac{1}{3}$	O. $\frac{1}{4}$	P. $\frac{1}{5}$
Q. $\frac{1}{6}$	R. $\frac{3}{4}$	S. $\frac{5}{4}$	T. $\frac{3}{2}$
U. $\frac{2}{5}$	V. $\frac{3}{5}$	W. $\frac{4}{5}$	X. $\frac{5}{6}$
Y. $\frac{6}{5}$	Z. $\frac{7}{5}$		

〔Ⅱ〕 次のア～チに当てはまる 0～9 の数字を解答欄にマークせよ。

$y = x^3 - 2x + 1$ で定まる曲線を C とする。 a を実数とし、 $y = x + a$ で定まる直線を、 ℓ とする。 C と ℓ が、2 つの共有点を持つならば、 $a = -$ ア または、 $a =$ イ である。

$a = -$ ア のとき、 ℓ は、 $x =$ ウ で、 C に接し、もう 1 つの共有点は、 $(-$ エ $, -$ オ $)$ である。

$a =$ イ のとき、 ℓ は、 $x = -$ カ で、 C に接し、もう 1 つの共有点は、 $($ キ $,$ ク $)$ である。

$-$ エ $< b <$ キ を満たすどの b についても、 $a = b^3 -$ ケ $b + 1$ とすれば、 ℓ は、 $x = b$ で、 C と共有点を持つ。

このとき、 ℓ は、 $b = -$ コ $,$ サ 以外の場合に、 C と 3 つの共有点を持ち、

$x = b, \frac{-b \pm \sqrt{$ シス $-$ セ $b^2}}{$ ソ $}$ で、 C と交わる。

このとき更に、 $b = \sqrt{3}$ とすると、 ℓ と C で囲まれた図形の面積は、タ
チ である。

〔Ⅲ〕 xy 平面上で、 $x \geq 0, y \geq 0$ の範囲を考える。この範囲の点で、 x, y 座標が共に整数であるものを、整数点と呼ぶ。(以下では、整数点といったら、 x, y 座標は、0 以上の整数とする。) 整数点 A について、次の条件 (P) を考える。

(P) A と原点 $(0, 0)$ を結ぶ線分上に、整数点は、 A と原点しかない。

更に、自然数 n に対して、直線 $x + y = n$ 上の条件 (P) を満たす整数点の個数を、 a_n とする。このとき、次の問に答えよ。

1.(1) a_5, a_6 を求めよ。

(2) 整数点 $A(a, b)$ について、 A が、条件 (P) を満たすための必要十分条件を、 (a, b) を用いて述べよ。

2. p, q を異なる素数とするとき、

$$pq + 1 = a_{pq} + a_p + a_q + a_1$$

を示し、 a_{pq} を、 p, q の式として表せ。

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

