

2024 年度 明治大学

【全学部統一】

解答時間 60分

配点 100点

よ

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B 問題

はじめに、これを読みなさい。

1. 解答を始めるよう合図があるまで、問題冊子は開かないこと。
2. この問題冊子は14ページある(表紙の次の白紙2ページはメモ用紙として使用してもよい)。
3. 解答用紙に印刷されている座席番号が正しいかどうか、受験票と照合すること。
4. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
5. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークすること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。
6. 1つの解答欄に2つ以上マークしないこと。
7. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入すること。
8. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
9. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. **解答用紙はすべて回収するので、持ち帰らず、必ず提出すること。**
11. 問題冊子は、必ず持ち帰ること。
12. 試験時間は、60分である。
13. 分数形で解答する場合は、既約分数で答えること。
14. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。
15. マーク記入例

良い例	悪い例
	

〔Ⅰ〕 次の空欄中ア、エ、シ、ス、ニに当てはまるものを解答群の中から選びその記号をマークせよ。それ以外の空欄に当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし、ケコ、タチ、ツテ、トナ は 2 桁の数である。

- (1) 座標平面上の放物線 $y = 2x^2 - 1$ を考える。 t を 0 でない定数とするとき、放物線上の点 $P(t, 2t^2 - 1)$ における接線 ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\text{ア}} x - \boxed{\text{イ}} t^2 - \boxed{\text{ウ}}$$

である。点 P を通りこの接線 ℓ に直交する直線を点 P における法線と呼ぶことにすると、この法線の方程式は

$$y = \boxed{\text{エ}} x + \boxed{\text{オ}} t^2 - \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

ア、エの解答群

- ① $-\frac{1}{4t}$ ② $-\frac{1}{2t}$ ③ $-t$ ④ $-2t$ ⑤ $-4t$
- ⑥ $\frac{1}{4t}$ ⑦ $\frac{1}{2t}$ ⑧ t ⑨ $2t$ ⑩ $4t$

(このページは計算や下書きに利用してもよい。)

(2) x についての不等式

$$\left(\log_3 \frac{x}{8}\right) \cdot (\log_2 8x) \leq (\log_3 2) \cdot \log_2 \frac{8}{x}$$

を解くと、

$$\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}} \leq x \leq \boxed{\text{サ}}$$

である。

(3) 次のデータは、ある 7 人制ラグビーチームの 7 人の選手の身長を調べたものである。

181, 185, 184, 176, 172, x , y (cm)

このデータの平均が 177、分散が 40 のとき、 $x < y$ とすると、 $x = \boxed{\text{シ}}$ 、
 $y = \boxed{\text{ス}}$ である。

シ、スの解答群

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| ① 163 | ① 166 | ② 169 | ③ 172 | ④ 175 |
| ⑤ 178 | ⑥ 181 | ⑦ 184 | ⑧ 187 | ⑨ 190 |

(このページは計算や下書きに利用してもよい。)

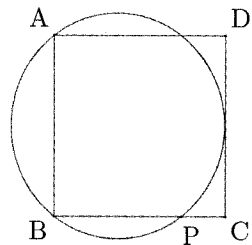
- (4) 平面上に正方形 ABCD がある。点 P が辺 BC 上にあり、線分 AP を直径とする円が辺 CD に接するものとする。このとき、

$$\cos \angle DAP = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

であり、また

$$\sin \angle APD = \frac{\boxed{\text{タチ}} \sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{トナ}}}$$

である。



(このページは計算や下書きに利用してもよい。)

- (5) 正の整数のうち、3 の倍数であるか、または 10 進法で表したときに 3 を含むような数の集合を考え、この集合の要素を小さい順に並べた数列を考える。このとき、999 は第

二

 項である。

二の解答群

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| ① 333 | ① 396 | ② 414 | ③ 459 | ④ 495 |
| ⑤ 513 | ⑥ 558 | ⑦ 612 | ⑧ 693 | ⑨ 756 |

(このページは計算や下書きに利用してもよい。)

- 〔Ⅱ〕 次の空欄中アからスに当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし、サシ は 2 桁の数である。

x についての関数 $f(x), g(x), h(x)$ を

$$f(x) = 4x^4$$

$$g(x) = 12x + 8$$

$$h(x) = 4x^2 + 1$$

により定める。座標平面上で曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = g(x)$ は、異なる 2 点で交わる。それら交点の x 座標をそれぞれ a, b (ただし $a < b$) とする。

(1)

$$\begin{aligned} f(x) + h(x) &= \left(\text{ア} x^2 + \text{イ} \right)^2 \\ g(x) + h(x) &= \left(\text{ウ} x + \text{エ} \right)^2 \end{aligned}$$

である。

(2) $a + b = \text{オ}$, $b - a = \sqrt{\text{カ}}$ である。

(3) $x = a, x = b$ は、 $x^5 = \text{キ} x + \text{ク}$ を満たすので、

$$b^5 - a^5 = \text{ケ} \sqrt{\text{コ}}$$
 である。

(4) 座標平面上で曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = g(x)$ で囲まれる図形の面積は

$$\text{サシ} \sqrt{\text{ス}}$$
 である。

(このページは計算や下書きに利用してもよい。)

- 〔Ⅲ〕 次の空欄中エ、キ、ク、ケ、コに当てはまるものを解答群の中から選びその記号をマークせよ。それ以外の空欄には当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

整数からなる数列 $\{a_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を次の規則 1、規則 2 により定める。

(規則 1) $a_1 = 0, a_2 = 1$ である。

(規則 2) $k = 1, 2, 3, \dots$ について、初項から第 2^k 項までの値のそれぞれに 1 を加え、それらすべてを逆の順序にしたものが第 $(2^k + 1)$ 項から第 2^{k+1} 項までの値と定める。

例えば、初項と第 2 項のそれぞれに 1 を加えて順序を逆にすると 2, 1 を得る。これより、初項から第 4 項までは 0, 1, 2, 1 となる。同様に、これらのそれぞれに 1 を加えて順序を逆にすると 2, 3, 2, 1 となる。これより、初項から第 8 項までは

$$0, 1, 2, 1, 2, 3, 2, 1$$

となる。

- (1) 以上の規則により得られる数列 $\{a_n\}$ において、 $a_{10} = \boxed{\text{ア}}$ であり
 $a_{16} = \boxed{\text{イ}}$ である。また、第 2^k 項 ($k = 5, 6, 7, \dots$) の値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

- (2) a_{518} を求めたい。上記の規則 2 によれば、 $1 \leq i \leq 2^k$ を満たす i に対して a_i に 1 を加えた数と第 $\boxed{\text{エ}}$ 項が等しいと定めている。実際に、 $2^b < 518 \leq 2^{b+1}$ を満たすような整数 b は $\boxed{\text{オ}}$ であることに注意すれば、 $a_{518} = \boxed{\text{カ}}$ である。

エの解答群

- ① $2^k + i - 1$ ② $2^k + i$ ③ $2^k + i + 1$ ④ $2^k + 2i$
⑤ $2^k + 2i + 1$ ⑥ $2^{k+1} - i - 1$ ⑦ $2^{k+1} - i$
⑧ $2^{k+1} - i + 1$ ⑨ $2^{k+1} - 2i - 1$ ⑩ $2^{k+1} - 2i$

(3) 点 P_k ($k = 1, 2, 3, \dots$) を次のように定める。

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 2^k 項に着目し、 a_n を 4 で割った余りにしたがって、ベクトル $\vec{e}_n$ を

$$\vec{e}_n = \begin{cases} (1, 0) & a_n \text{ が } 4 \text{ の倍数のとき} \\ (0, 1) & a_n \text{ を } 4 \text{ で割った余りが } 1 \text{ のとき} \\ (-1, 0) & a_n \text{ を } 4 \text{ で割った余りが } 2 \text{ のとき} \\ (0, -1) & a_n \text{ を } 4 \text{ で割った余りが } 3 \text{ のとき} \end{cases}$$

によって定め、点 P_1 の位置ベクトルを $\overrightarrow{OP_1} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$ とし、点 P_k ($k = 2, 3, 4, \dots$) の位置ベクトルを $\overrightarrow{OP_k} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \dots + \vec{e}_{2^k}$ とする。たとえば、

$$\overrightarrow{OP_2} = (1, 0) + (0, 1) + (-1, 0) + (0, 1) = (0, 2)$$

である。 $\{a_n\}$ を定める規則に注目すると、 $|\overrightarrow{OP_{k+1}}|$ は $|\overrightarrow{OP_k}|$ の キ 倍であり、

$\angle P_k O P_{k+1} =$ ク である。

このことから $\overrightarrow{OP_{99}}$ は $($ ケ $,$ コ $)$ である。

キの解答群

- | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------------|-----|
| ④ $\frac{1}{8}$ | ① $\frac{1}{4}$ | ② $\frac{1}{2}$ | ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | ④ 1 |
| ⑤ $\sqrt{2}$ | ⑥ 2 | ⑦ $2\sqrt{2}$ | ⑧ 4 | ⑨ 8 |

クの解答群

- | | | | | |
|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| ④ 15° | ① 30° | ② 45° | ③ 60° | ④ 75° |
| ⑤ 90° | ⑥ 105° | ⑦ 120° | ⑧ 135° | ⑨ 150° |

ケ、コの解答群

- | | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|
| ④ -2^{99} | ① -2^{98} | ② -2^{49} | ③ -2^{48} | ④ 0 |
| ⑤ 1 | ⑥ 2^{48} | ⑦ 2^{49} | ⑧ 2^{98} | ⑨ 2^{99} |

(このページは計算や下書きに利用してもよい。)

