2024年度 明治大学
【理 工 学 部】
解答時間　90分
配点　120点

に

数　学　問　題

注　意

1. 解答を始めるよう合図があるまで，問題冊子は開かないこと。
2. この問題冊子は12ページあります。試験開始の指示のあとで確認しなさい。ただし，ページ番号のない白紙はページ数に含みません。また，問題冊子は，どのページも切り離してはいけません。
3. 解答用紙には表と裏に解答欄があります。また，あなたの座席番号は解答用紙に印刷されています。印刷されている座席番号と，受験票の座席番号が一致していることを確認しなさい。
4. 監督者の指示に従って，解答用紙の所定の欄に氏名を記入しなさい。
5. 問題〔Ⅰ〕の解答は，解答用紙の所定の欄に，下のマークシート記入例の良い例のようにマークしなさい。解答欄1行につき2つ以上マークしてはいけません。2つ以上マークした場合は，その解答は無効になります。
6. 問題〔Ⅱ〕，〔Ⅲ〕は，解答用紙の所定の欄に解答しなさい。
7. 解答は，必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入しなさい。
8. 訂正するときは，消しゴムできれいに消し，消しくずが解答用紙に残らないようにしなさい。
9. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしてはいけません。また，所定の欄以外には何も記入してはいけません。
10. 解答用紙は必ず提出しなさい。
11. 試験時間は90分です。

※この問題冊子は必ず持ち帰りなさい。

(マークシート記入例)

良い例	悪　い　例
●	◉ ⊗ ◍

〔Ⅰ〕 次の ア から ホ にあてはまる 0 から 9 までの数字を，解答用紙の所定の欄にマークせよ。$\boxed{\text{ヘホ}}$ は 2 桁の数，$\boxed{\text{トナニ}}$，$\boxed{\text{ヌネノ}}$，$\boxed{\text{ハヒフ}}$ は 3 桁の数である。なお，分数は既約分数にすること。

(1) k，l，m を定数とする。関数 $f(x) = 4x^3 + kx^2 - lx + m$ は次の 3 つの条件を満たすとする。

- k，l，m は 0 以上の整数である。
- x に関する方程式 $f(x) = 0$ は $\dfrac{1}{2}$ を解にもつ。
- $f(x)$ を微分して得られる整式を $f'(x)$ とするとき，$f'(x)$ を $x+2$ で割ったときの余りは 41 である。

このとき，$k = \boxed{\text{ア}}$，$l = \boxed{\text{イ}}$，$m = \boxed{\text{ウ}}$ であり，方程式 $f(x) = 0$ の $\dfrac{1}{2}$ 以外の解は $-\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ と $\boxed{\text{カ}}$ である。

（このページは計算や下書きに利用してよい。）

(2)　kを正の実数とし，座標空間内の4点O(0, 0, 0)，A(k, 2, 1)，B($-k$, 1, 2)，C(1, 1, 1) を考える。2つのベクトル $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ は垂直であるとする。また，3点O，A，Bを通る平面をαとし，点Cから平面αへ下ろした垂線と平面αとの交点をHとする。

このとき，$k=$ $\boxed{\text{キ}}$ であり，△OABの面積は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

また，

$$\overrightarrow{OH}=\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\overrightarrow{OA}+\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}\overrightarrow{OB}$$

であり，四面体OABCの体積は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

（このページは計算や下書きに利用してよい。）

(3)　座標平面上の曲線 $y = e^x$ を C とする。

(a)　曲線 C と x 軸および 2 直線 $x = 0$, $x = \log 2$ で囲まれた部分を，x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}\pi$ である。

(b)　曲線 C と y 軸および直線 $y = e^3$ で囲まれた部分を，y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は $\left(\boxed{\text{ツ}}\,e^3 - \boxed{\text{テ}}\right)\pi$ である。

ただし，$\log x$ は x の自然対数を表し，e は自然対数の底とする。

（このページは計算や下書きに利用してよい。）

(4)　５人の中学生A，B，C，D，Eと３人の高校生F，G，Hの合計８人の生徒が，２つの部屋X，Yに分かれて入る。ただし，どの生徒も必ずどちらかの部屋に入るものとする。

(a)　どちらの部屋にも１人以上の生徒が入るような入り方は $\boxed{\text{トナニ}}$ 通りである。

(b)　どちらの部屋にも１人以上の中学生が入るような入り方は $\boxed{\text{ヌネノ}}$ 通りである。

(c)　どちらの部屋にも，１人以上の中学生と１人以上の高校生が入るような入り方は $\boxed{\text{ハヒフ}}$ 通りである。

(d)　どちらの部屋も中学生の人数が高校生の人数より多くなるような入り方は $\boxed{\text{ヘホ}}$ 通りである。ただし，どちらの部屋にも１人以上の高校生が入るものとする。

（このページは計算や下書きに利用してよい。）

〔 II 〕 次の $\boxed{\text{あ}}$ と $\boxed{\text{い}}$ にあてはまる式と，$\boxed{\text{う}}$ から $\boxed{\text{く}}$ にあてはまる数を求めよ。解答は解答用紙の所定の欄に記入せよ。途中経過を記入する必要はない。

$f(x) = \sin 3x - \sqrt{3}\cos 2x$ とし，座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。関数 $f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とする。

(1) 点 $(0, f(0))$ における曲線 C の接線の方程式は $y = \boxed{\text{あ}}$ である。

(2) t についての整式 $g(t)$ で，$f'(x) = g(\sin x)\cos x$ が成り立つものを求めると，$g(t) = \boxed{\text{い}}$ である。

(3) $x > 0$ の範囲で，$f'(x) = 0$ となる x の値を小さい順に x_1，x_2，x_3，…… とすると，$x_1 = \boxed{\text{う}}$，$x_2 = \boxed{\text{え}}$，$x_3 = \boxed{\text{お}}$ である。

(4) $0 \leqq x \leqq \pi$ の範囲での $f(x)$ の最大値は $\boxed{\text{か}}$，最小値は $\boxed{\text{き}}$ である。

(5) (3) で定めた x_1 と x_3 に対して，2 点 $(x_1, f(x_1))$，$(x_3, f(x_3))$ を通る直線を l とする。このとき，$x_1 \leqq x \leqq x_3$ の範囲において直線 l と曲線 C で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{く}}$ である。

（このページは計算や下書きに利用してよい。）

〔 III 〕 次の $\boxed{\text{け}}$ から $\boxed{\text{せ}}$ にあてはまるもの（数や式など）を求めよ。解答は解答用紙の所定の欄に記入せよ。途中経過を記入する必要はない。

座標平面上の曲線 $y = x^2$ を C，直線 $y = \dfrac{3}{4}x - \dfrac{1}{4}$ を l とする。s を実数とし，直線 $x = s$ を m とする。曲線 C 上の点 $\mathrm{P}(t, t^2)$ に対し，P から直線 l に下ろした垂線と l との交点を Q とする。また，P から直線 m に下ろした垂線と m との交点を R とする。

(1) 点 P と点 Q の距離 PQ を t の式で表すと，$\mathrm{PQ} = \boxed{\text{け}}$ である。

(2) 点 P と点 R の距離 PR を s と t の式で表すと，$\mathrm{PR} = \boxed{\text{こ}}$ である。

(3) PQ は $t = \boxed{\text{さ}}$ のとき，最小値 $\boxed{\text{し}}$ をとる。

(4) $s = \dfrac{2}{5}$ のとき，$\mathrm{PQ} = \mathrm{PR}$ となる点 P をすべて求め，その x 座標を小さい順に並べると $\boxed{\text{す}}$ となる。

(5) 実数 s を固定したとき，$\mathrm{PQ} = \mathrm{PR}$ となるような点 P の個数を N_s とする。$N_s = 4$ となる s の範囲は $\boxed{\text{せ}}$ である。

（このページは計算や下書きに利用してよい。）