

数 学 問 題

はじめに、これを読みなさい。

1. 解答を始めるよう合図があるまで、問題冊子は開かないこと。
2. この問題冊子は9ページある。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。白紙は計算用紙として使用してよい。
3. 解答用紙に印刷されている座席番号が正しいかどうか、受験票と照合して確認すること。
4. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
5. 解答は、すべて解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。
6. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
7. 解答は、鉛筆またはシャープペンシル(いずれも HB・黒)で記入のこと。
8. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
9. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. 問題は〔Ⅰ〕～〔Ⅴ〕まで5問ある。〔Ⅰ〕, 〔Ⅱ〕は必ず解答すること。〔Ⅲ〕, 〔Ⅳ〕, 〔Ⅴ〕はいずれか2問を選択して解答すること。
11. 解答用紙はすべて回収する。持ち帰らず、必ず提出すること。ただし、この問題冊子は、必ず持ち帰ること。
12. 試験時間は60分である。
13. マーク記入例

良い例	悪い例
	

〔 I 〕 (1)～(5)において、㉠, ㉡, ㉢の値の大小関係を調べ、最大のものと最小のものを、それぞれ所定の解答欄（表面）にマークせよ。

- (1) x の関数 $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x + 4$ に対して、 $f(x)$ の導関数を $g(x)$ 、 $g(x)$ の導関数を $h(x)$ 、 $h(x)$ の導関数を $p(x)$ とするとき、

㉠ $g(1)$ ㉡ $h(1)$ ㉢ $p(1)$

- (2) 変量 X のデータが 1, 1, 2, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 8, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 13, 15, 15 の 20 個の値からなるとき、この変量 X のデータについて、

㉠ 最頻値 ㉡ 中央値 ㉢ 平均値

- (3) a , b , c を定数とする。等式 $\frac{x^2 - x - 12}{(x^2 - 1)(x + 2)} = \frac{a}{x + 1} + \frac{b}{x + 2} + \frac{c}{x^2 - 1}$ が x についての恒等式であるとき、

㉠ a ㉡ b ㉢ c

- (4) 座標平面上の 2 つの円 O_1 , O_2 の共通接線の本数

㉠ $O_1 : x^2 + y^2 = 9$, $O_2 : x^2 + (y - 4)^2 = 4$

㉡ $O_1 : x^2 + y^2 = 4$, $O_2 : x^2 + (y + 1)^2 = 1$

㉢ $O_1 : x^2 + y^2 = 1$, $O_2 : (x + 4)^2 + y^2 = 9$

- (5) 4 つの命題があり、そのうち真である命題は 3 つで、偽である命題は 1 つである。

また、この 4 つの命題のうち、逆が真である命題は 1 つで、逆が偽である命題は 3 つである。この 4 つの命題について、

㉠ 逆が偽で、裏が真である命題の数

㉡ 対偶が真である命題の数

㉢ 裏が真である命題の数

(このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。)

〔Ⅱ〕 所定の解答欄（表面）に，解答をマークせよ。

問題文中の ， などは解答が1ケタの数であることを， は解答が2ケタの数であることを， は解答が4ケタの数であることを表している。

(1) $x = \frac{2}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$ ， $y = \frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$ のとき， $x^3 + y^3$ の値は $\sqrt{\text{ }}$ である。

(2) $\log_6 \frac{x}{2} + \log_6 3y = 1$ のとき， $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ の値は $x = \text{ }$ ， $y = \text{ }$ で最小となり，最小値は である。

(3) a, b を実数とする。初項 a ($a > 0$)，公差 b の等差数列と，初項 b ，公比 a の等比数列があり，等差数列の第2項が等比数列の第3項と等しく，等差数列の第4項が等比数列の第5項と等しいとき， $a = \sqrt{\text{ }}$ ， $b = \sqrt{\text{ }}$ である。

(4) 7で割ると4余り，11で割ると7余る自然数のうち，2024を超えない最大のものは である。

(このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。)

〔Ⅲ〕, 〔Ⅳ〕, 〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお3問すべてに解答した場合は, 高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅲ〕 所定の解答欄(表面)に, (1)については答のみを, (2)と(3)については証明を, (4)については解答経過と答をともに記せ。

座標平面上に2つの放物線 $C_1: y = x^2$, $C_2: y = -x^2 - 3x + 2$ がある。 C_1 と C_2 は異なる2点で交わり, そのうち x 座標が小さい方を点 A, もう一方を点 B とする。また, C_1 , C_2 の頂点をそれぞれ点 O, C とする。このとき, 次の問に答えよ。

- (1) 点 A, B, C の座標を求めよ。
- (2) 放物線 C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積が, 直線 AB によって二等分されることを示せ。
- (3) 線分 AB の中点と線分 OC の中点が一致することを示せ。
- (4) 四角形 AOBC の面積を求めよ。

(このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。)

〔Ⅲ〕, 〔Ⅳ〕, 〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお3問すべてに解答した場合は, 高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅳ〕 所定の解答欄(裏面)に, (1)~(3)のすべてについて解答経過と答をともに記せ。

半径1の円Oの円周上に異なる3点A, B, Cがあり, 直線AOと三角形ABCの辺BCが交わる点をPとする。 $3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB} + 5\overrightarrow{OC} = \vec{0}$ が成り立つとき, 次の問に答えよ。

(1) BP:PC および AO:OP を求めよ。

(2) 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$ を求めよ。

(3) 三角形ABCの面積を求めよ。

(このページは計算用紙として使用してもよい。問題は次ページに続く。)

〔Ⅲ〕, 〔Ⅳ〕, 〔Ⅴ〕のうち2問を選択して解答せよ。(なお3問すべてに解答した場合は, 高得点の2問を合計得点に含める。)

〔Ⅴ〕 所定の解答欄(裏面)に, (1)については答のみを, (2)~(4)については解答経過と答をともに記せ。なお, 答の分数は, それ以上約分できない形にすること。

座標平面上の直線および放物線の係数を, サイコロを投げて出た目で決めるものとする。このとき, 次の問に答えよ。

- (1) 1個のサイコロを2回投げたときに出了る目を順番に a, b とするとき, $y = x + a$ と $y = -x + b$ の共有点が y 軸上にある確率を求めよ。
- (2) 1個のサイコロを3回投げたときに出了る目を順番に a, b, c とするとき, $y = -ax + b$ と $y = x - c$ の共有点が直線 $y = 0$ 上にある確率を求めよ。
- (3) 1個のサイコロを2回投げたときに出了る目を順番に a, b とするとき, $y = x^2 + ax + b$ が直線 $y = 0$ と共有点をもつ確率を求めよ。
- (4) 1個のサイコロを4回投げたときに出了る目を順番に a, b, c, d とするとき, $y = x^2 + 2ax + b$ と $y = 2cx + d$ の共有点の個数が0個または2個となる確率を求めよ。

(以上問題終)

