

2024 年度 明治大学

【政治経済学部】

解答時間 60分

配点 100点

と

数 学 問 題

注意事項

1. 解答を始めるよう合図があるまで、問題冊子は開かないこと。
2. この問題冊子は12ページまでである。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
3. これは、数学の問題である。解答用紙が出願時に選択した科目であるかどうか確認のうえ、解答すること。
4. 解答用紙の所定の欄に、必ず氏名を記入すること。
5. 解答用紙には座席番号が印刷されている。座席番号が正しいかどうか受験票と照合し確認すること。
6. 解答は、すべて解答用紙の解答欄にマークまたは記入すること。解答欄以外のところは何も記入しないこと。
7. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入すること。
8. 訂正は消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
9. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. 数・文字は正確に書くこと。
11. 解答用紙は持ち帰らないこと。
12. この問題冊子は必ず持ち帰ること。
13. 試験時間は60分である。
14. マークの記入例

良い例	悪い例
	

〔 I 〕 次の各問の にあてはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えよ。分数形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えよ。

(1) 2 次方程式

$$2x^2 - 7x + 9 = 0$$

の解を α, β とする。

① $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。

② $\alpha - 4, \beta - 4$ を解とし、 x^2 の係数が 2 であるような 2 次方程式を

$$2x^2 + sx + t = 0$$

と表すとき、実数 s, t の値はそれぞれ

$$s = \text{ウ}, \quad t = \text{エオ}$$

である。

このページは計算用紙として使用しなさい。

(2) 座標平面において、単位円上の点 $(x, y) = (\cos \theta, \sin \theta)$ を考える。ただし、円周率を π とし、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。

① xy は、 $\theta = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \pi$ のとき最大となる。

② $x + \sqrt{3}y$ は、 $\theta = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \pi$ のとき最大となる。

③ $x^2 + xy + 2y^2$ は、 $\theta = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \pi$ のとき、最大値 $\frac{\boxed{\text{キ}} + \sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ をとる。

このページは計算用紙として使用しなさい。

(3) 座標平面上の 3 点 $A(-1, 1)$, $B(0, 2)$, $C(1, -3)$ を考える。

① 線分 AB を $3:2$ に外分する点の座標は $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ である。

② 点 $P(x, y)$ が条件

$$\overrightarrow{CP} \cdot (2\overrightarrow{AP} - 3\overrightarrow{BP}) = 0$$

を満たすとき

$$\left(x - \frac{\boxed{\text{ウ}}}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{\boxed{\text{エ}}}{2}\right)^2 = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{2}$$

が成り立つ。

このページは計算用紙として使用しなさい。

(4) 一般項が

$$a_n = 2^n(-n^2 + 44n - 51)$$

である数列 $\{a_n\}$ を考える。ただし、 n を自然数とする。

① $a_2 =$ アイウ である。

② $a_{n+1} - a_n = 2^n \left(-n^2 + \text{エオ}n + \text{カキ} \right)$ である。

③ a_n は、 $n =$ クケ のとき最大となる。この最大値は コサ 桁である。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.30$, $\log_{10} 3 = 0.48$ とする。

このページは計算用紙として使用しないでください。

- (5) 実数 a は $0 < a < 1$ を満たす。以下の不等式

$$y \geq x^2, \quad y \leq x, \quad y \leq a^2$$

を満たす座標平面上の点 (x, y) 全体からなる領域を R とする。また、以下の不等式

$$x \leq a, \quad y \leq x, \quad y \geq a^2$$

を満たす座標平面上の点 (x, y) 全体からなる領域を S とする。

- ① $a = \frac{1}{2}$ のとき、 S の面積は $\frac{1}{\boxed{\text{アイ}}}$ である。

- ② 領域 R の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} a^3 - \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} a^4$$

である。

- ③ 領域 R と領域 S の面積が等しくなるような a の値は

$$a = \frac{\boxed{\text{キ}} - \sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

このページは計算用紙として使用しないでください。

〔Ⅱ〕 座標平面上の曲線 $C: y = x^3 - x^2$ を考える。

(1) t を実数とする。曲線 C 上の点 $(t, t^3 - t^2)$ における C の接線の方程式を

$$y = px + q$$

としたとき、 p, q をそれぞれ t の式で表せ。

(2) (1) で求めた q を t の関数とみなし、 $q = f(t)$ と表すとき、関数 $f(t)$ の増減表を書け。

(3) a を実数とする。点 $(0, a)$ から曲線 C に接線を引くとき、少なくとも 1 本の接線に対して接点の x 座標が正となるような実数 a の範囲を求めよ。

このページは計算用紙として使用しないでください。

