2025年度　明治大学
【全学部統一】
解答時間　　60分
配点　　　100点

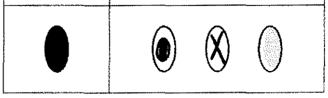
れ

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B・数学C　問題

はじめに、これを読みなさい。

1. 試験場内では、監督者の指示に従うこと。
2. 解答を始めるよう合図があるまで、問題冊子は開かないこと。
3. この問題冊子は14ページある(表紙の次の白紙2ページはメモ用紙として使用してもよい)。
4. 解答用紙に印刷されている座席番号が正しいか、受験票と照合すること。
5. 監督者の指示に従い、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
6. 解答は、全て「解答用紙」の所定欄にマークすること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。1つの解答欄に2つ以上マークしないこと。
7. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入すること。
8. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
9. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離さないこと。
11. **解答用紙は**持ち帰らず、**必ず提出する**こと。
12. 問題冊子は必ず持ち帰ること。
13. 試験時間は、60分である。
14. 分数形で解答する場合は、それ以上約分できない形で答えること。
15. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。
16. 問題の文中の二重四角で表記された $\boxed{\text{タ}}$ などには、選択肢から1つを選んで、答えること。
17. 不正行為または不正行為と疑われる行為に対しては、厳正に対処する。
18. マークシート記入例

良い例	悪い例



〔Ⅰ〕 次の空欄中セ、ソ、タに当てはまるものを選択肢の中から選びその記号をマークせよ。それ以外の空欄に当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

(1) (x, y) は正の整数の組で、次の２つの不等式 (i)、(ii) を満たすものとする。このような組 (x, y) は全部で $\boxed{\text{ア}}$ 個ある。

(i) $\log_3 x > \log_3 y$

(ii) $(\log_3 x) + (\log_3 y) < 2$

（このページは計算や下書きに利用してもよい。）

(2)　正の実数からなる数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 9,$$

$$9{a_{n+1}}^2 - a_n a_{n+2} = 0 \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

を満たすとする。$a_n > 0$ であることに注意して

$$b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n} \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

とおく。このとき

$$b_n = \boxed{\quad イ \quad}^{n}$$

となるので

$$a_n = \boxed{\quad ウ \quad}^{n(n-\boxed{\ エ\ })}$$

である。

（このページは計算や下書きに利用してもよい。）

(3)　x についての関数 $f(x)$ を

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 3$$

により定める。座標平面上で、曲線 $y = f(x)$ の接線で点 A(1, 3) を通るようなものの方程式を求めたい。接点を $\mathrm{T}(t, f(t))$ とするとき、T における $y = f(x)$ の接線の方程式を t を用いて表すと

$$y = \left(\boxed{\text{オ}}\,t^2 - \boxed{\text{カ}}\,t + \boxed{\text{キ}}\right)x + \left(-\boxed{\text{ク}}\,t^3 + \boxed{\text{ケ}}\,t^2 + \boxed{\text{コ}}\right)$$

であり、この方程式が点 A を通ることから $t = \boxed{\text{サ}}$ であって、接線の方程式は

$$y = \boxed{\text{シ}}\,x - \boxed{\text{ス}}$$

である。

（このページは計算や下書きに利用してもよい。）

(4)　a, b を定数とし、$-\dfrac{\sqrt{3}}{3} \leqq a \leqq \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $-\dfrac{\sqrt{3}}{3} \leqq b \leqq \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $a \leqq b$ であるものとする。

$$x = \frac{ab+1}{\sqrt{a^2+1}\sqrt{b^2+1}}$$

により x を定めるとき、x の値が最も小さくなるのは $a =$ $\boxed{\text{セ}}$,

$b =$ $\boxed{\text{ソ}}$ のときであり、その時の x の値は $\boxed{\text{タ}}$ である。

セ、ソ、タの解答群

⓪ 0	① 1	② $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	③ $-\dfrac{1}{2}$	④ $-\dfrac{1}{3}$
⑤ $-\dfrac{\sqrt{3}}{6}$	⑥ $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$	⑦ $\dfrac{1}{3}$	⑧ $\dfrac{1}{2}$	⑨ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

（このページは計算や下書きに利用してもよい。）

〔Ⅱ〕 次の空欄中ア、イ、ウ、クに当てはまるものを選択肢の中から選びその記号をマークせよ。それ以外の空欄に当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。ただし、$\boxed{\text{カキ}}$、$\boxed{\text{コサ}}$ は2桁の数、$\boxed{\text{シスセ}}$ は3桁の数である。

a を正の定数として

$$f(x) = (ax+4)^2$$
$$g(x) = (a+4)(ax^2+4)$$
$$h(x) = (ax-4)^2$$

とおくとき、以下の問いに答えよ。

(1) 放物線 $y = f(x)$ の頂点の座標は $\left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}}\right)$ である。$y = f(x)$ のグラフを x 軸方向に $\boxed{\text{ウ}}$ だけ平行移動すると、$y = h(x)$ のグラフに重なる。

(2) 放物線 $y = g(x)$ の頂点の座標は $\left(\boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}}\,a + \boxed{\text{カキ}}\right)$ である。

(3) $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフの共有点はただ1つであり、その x 座標は $\boxed{\text{ク}}$ である。$y = f(x)$ と $y = h(x)$ のグラフの共有点はただ 1 つであり、その座標は $\left(\boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コサ}}\right)$ である。

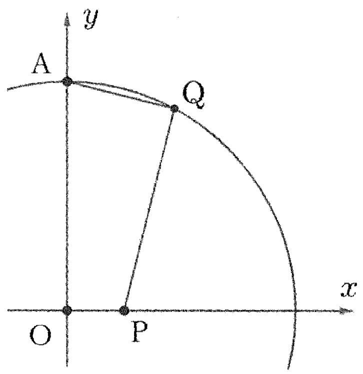
ア、イ、ウ、クの解答群

⓪ 0	① 1	② -1	③ 4	④ -4
⑤ $\dfrac{2}{a}$	⑥ $-\dfrac{2}{a}$	⑦ $\dfrac{4}{a}$	⑧ $-\dfrac{4}{a}$	⑨ $\dfrac{8}{a}$

(4) $y = f(x)$ と $y = h(x)$ のグラフと x 軸に囲まれた図形を A とおく。A の面積は $\dfrac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソ}}\,a}$ である。$y = f(x)$ と $y = g(x)$ と $y = h(x)$ のグラフに囲まれた図形を B とおく。B の面積は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}\,a}{\boxed{\text{チ}}}$ である。A の面積と B の面積が等しいときの定数 a の値は $\boxed{\text{ツ}}$ である。

〔Ⅲ〕　次の空欄中ア、ウ〜クに当てはまるものを選択肢の中から選びその記号をマークせよ。空欄イには最も適切なものを選択肢の中から選びその記号をマークせよ。それ以外の空欄には当てはまる 0 から 9 までの数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

n を 2 以上の自然数とする。原点が O である座標平面を考え、C を原点中心で半径が 1 の円とする。この平面上の点 A と P の座標をそれぞれ $(0,1)$ と $\left(\frac{1}{n},0\right)$ とおく。点 Q は次の条件をすべて満たすような点であるとする。



(i)　点 Q は円 C 上にある。

(ii)　$\overrightarrow{AQ}\cdot\overrightarrow{PQ}=0$

(iii)　点 Q と A の座標は異なる。

以下の問いに答えよ。

(1)　線分 AP の長さは $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{n}$ である。

(2)　点 Q の座標を (x,y) とおいて、条件 (i)、(ii) を n,x,y の式で表すことにより、$\boxed{\text{イ}}=0$ を得る。さらに、条件 (iii) を考慮することにより、点 Q の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{ア}}},\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{ア}}}\right)$ であることがわかる。

(3)　3つの点 O, P, A を通る円を C_1 とすると、C_1 は点 Q も通る。このことに注意すると、$\sin\angle\mathrm{QAP} = \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{ア}}}$ である。

(4)　三角形 PAQ について AP : AQ : PQ = $\boxed{\text{ア}}$: $\boxed{\text{カ}}$: $\boxed{\text{キ}}$ である。

(5)　三角形 PAQ の内接円の半径を r とすると、AP : r = $\boxed{\text{ア}}$: $\boxed{\text{ク}}$ である。

(6)　$n = 2$ とする。点 I を三角形 PAQ の内接円の中心であるとしたとき

$$\overrightarrow{\mathrm{QI}} = \frac{1}{\boxed{\text{ケ}}}\overrightarrow{\mathrm{QA}} + \frac{1}{\boxed{\text{コ}}}\overrightarrow{\mathrm{QP}}$$

であり、$\overrightarrow{\mathrm{OI}} = \overrightarrow{\mathrm{OQ}} + \overrightarrow{\mathrm{QI}}$ であることから、点 I の座標は $\left(\dfrac{1}{\boxed{\text{サ}}}, \dfrac{1}{\boxed{\text{シ}}}\right)$ である。

ア、ウ～クの解答群

⓪ 0　① 1　② n　③ $2n$　④ n^2

⑤ $2n^2$　⑥ $n+1$　⑦ $n-1$　⑧ n^2+1　⑨ n^2-1

イの解答群

⓪ $x+\dfrac{y}{n}+1$　① $x-\dfrac{y}{n}+1$　② $x+\dfrac{y}{n}-1$

③ $x-\dfrac{y}{n}-1$　④ $\dfrac{x}{n}+y+1$　⑤ $\dfrac{x}{n}-y+1$

⑥ $\dfrac{x}{n}+y-1$　⑦ $\dfrac{x}{n}-y-1$　⑧ $x-ny+1$

⑨ $x+ny+1$

（このページは計算や下書きに利用してもよい。）

（このページは計算や下書きに利用してもよい。）