2025年度 明治大学
【理 工 学 部】
解答時間　90分
配点　120点

な

数 学 問 題

はじめに，これを読みなさい。

1. 試験場内では，監督者の指示に従うこと。
2. 解答を始めるよう合図があるまで，問題冊子は開かないこと。
3. この問題冊子は12ページある。ただし，ページ番号のない白紙はページ数に含まない。また，解答用紙には表と裏に解答欄がある。
4. 解答用紙に印刷されている座席番号が正しいか，受験票と照合すること。
5. 監督者の指示に従い，解答用紙の所定の欄に氏名を記入すること。
6. 問題〔Ｉ〕の解答は，解答用紙の所定の欄に，下のマークシート記入例の良い例のようにマークすること。解答欄1行につき2つ以上マークしないこと。2つ以上マークした場合は，その解答は無効となる。
   問題〔II〕，〔III〕は，解答用紙の所定の欄に解答すること。
7. 解答は，必ず鉛筆またはシャープペンシル（いずれもHB・黒）で記入すること。
8. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを解答用紙に残さないこと。
9. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
10. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離さないこと。
11. 解答用紙は持ち帰らず，必ず提出すること。
12. 問題冊子は必ず持ち帰ること。
13. 不正行為または不正行為と疑われる行為に対しては，厳正に対処する。
14. 試験時間は90分である。

（マークシート記入例）

良い例	悪 い 例
●	◉ ⊗ ○

〔Ⅰ〕 次の ア から フ にあてはまる 0 から 9 までの数字を，解答用紙の所定の欄にマークせよ。$\boxed{\text{タチ}}$，$\boxed{\text{ツテ}}$，$\boxed{\text{トナ}}$，$\boxed{\text{ヌネ}}$ は2桁の数，$\boxed{\text{ハヒフ}}$ は3桁の数である。なお，分数は既約分数にすること。

(1) $\alpha = \cos\dfrac{2}{5}\pi + i\sin\dfrac{2}{5}\pi$ とおく。ただし，i は虚数単位である。

(a) $\alpha^5 = \boxed{\text{ア}}$

(b) $\alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1 = \boxed{\text{イ}}$

(c) $\alpha + \dfrac{1}{\alpha} = \dfrac{-1 + \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$

(d) $\cos\dfrac{2}{5}\pi = \dfrac{-1 + \sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$

（このページは計算や下書きに利用してよい。）

(2) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \cos x \, dx = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\pi$

(3) $\displaystyle\int_0^{2\log 3} \frac{e^x}{(e^x+1)^2}\, dx = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$

ただし，$\log x$ は x の自然対数を表し，e は自然対数の底とする。

（このページは計算や下書きに利用してよい。）

(4)　a を実数の定数とし，

$$f(x) = x^2 + 4x + a, \quad g(x) = x^3 + 3x^2 - 3x - 3a + 5$$

とおく。

(a)　$g(x)$ を $f(x)$ で割ったときの余りが $x+5$ となるのは $a =$ $\boxed{\text{サ}}$ のときである。このとき，x についての２つの方程式

$$f(x)g(x) = 0, \quad f(x) + g(x) = 1$$

は共通の実数解 $x = -$ $\boxed{\text{シ}}$ をもつ。

(b)　x についての２つの方程式

$$f(x)g(x) = 0, \quad f(x) + g(x) = 1$$

が共通の実数解をもつような a の個数は $\boxed{\text{ス}}$ 個であり，そのような a のうち最大のものは $\boxed{\text{セ}}$ である。

（このページは計算や下書きに利用してよい。）

(5)　1個のさいころを3回投げる。1回目，2回目，3回目に出る目をそれぞれ a_1, a_2, a_3 とし，$f(x) = x^2 - a_1 x + a_2$ とおく。

(a)　関数 $f(x)$ の最小値が1となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ である。

(b)　2次方程式 $f(x) = 0$ が異なる2つの実数解をもつ確率は $\dfrac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である。

(c)　2次方程式 $f(x) = 0$ が異なる2つの整数解をもつ確率は $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

(d)　a_3 が2次方程式 $f(x) = 0$ の重解となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハヒフ}}}$ である。

（このページは計算や下書きに利用してよい。）

〔II〕 次の $\boxed{\text{あ}}$ と $\boxed{\text{い}}$ にあてはまる数と，$\boxed{\text{う}}$ から $\boxed{\text{か}}$ にあてはまる式を求め，最終結果のみを解答用紙の所定の欄に記入せよ。

$\triangle$ABC において AB $= 3$, AC $= 2$ とする。辺 BC 上の点 O を中心とする円 S が，辺 AB と辺 AC のそれぞれと，頂点 A，B，C とは異なる点で接しているとする。円 S と辺 AB の接点を P とし，$x = \sin\angle\mathrm{OAB}$ とおく。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AO}} = \boxed{\text{あ}}\,\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \boxed{\text{い}}\,\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ である。

(2) BC を x の式で表すと BC $= \boxed{\text{う}}$ である。

(3) OP を x の式で表すと OP $= \boxed{\text{え}}$ である。

(4) x のとりうる値の範囲は $\boxed{\text{お}}$ である。

(5) OP のとりうる値の範囲は $\boxed{\text{か}}$ である。

（このページは計算や下書きに利用してよい。）

〔 III 〕 次の $\boxed{\text{き}}$ から $\boxed{\text{さ}}$ にあてはまるもの（数や式など）を求め，最終結果のみを解答用紙の所定の欄に記入せよ。

$f(x) = x^2 + 10x + 17 + \dfrac{8}{x}$ とし，座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。

(1) 関数 $f(x)$ が極値をとるような x の値をすべて求め，小さい順に並べると $\boxed{\text{き}}$ である。そのうち，関数 $f(x)$ が極小値をとるような x の値をすべて求め，小さい順に並べると $\boxed{\text{く}}$ である。

(2) 曲線 C のただひとつの変曲点を P とし，点 P における曲線 C の接線を ℓ とする。接線 ℓ の方程式を求めると $y = \boxed{\text{け}}$ である。

曲線 C のうち，不等式 $x > 0$ が表す領域に含まれる部分を C_+ とする。

(3) 点 Q が曲線 C_+ 上を動くとき，点 Q と (2) で定めた直線 ℓ の距離の最小値を求めると $\boxed{\text{こ}}$ である。

(4) 原点を通る直線が曲線 C_+ と接するとき，その接点の x 座標を求めると $\boxed{\text{さ}}$ である。

（このページは計算や下書きに利用してよい。）