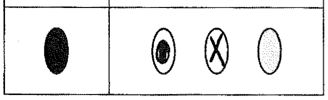
数　学　問　題

はじめに，これを読みなさい。

1. 試験場内では，監督者の指示に従うこと。
2. 解答を始めるよう合図があるまで，問題冊子は開かないこと。
3. この問題冊子は6ページある。**ただし，ページ番号のない白紙はページ数に含まない。**
4. 解答用紙に印刷されている座席番号が正しいか，受験票と照合すること。
5. 監督者の指示にしたがい，解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
6. 解答は全て「解答用紙」の所定欄にマークするか，または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しないこと。解答欄は裏面にもある。
7. 問題に指定された数より多くマークしないこと。
8. 解答は，必ず鉛筆またはシャープペンシル(いずれもHB・黒)で記入のこと。
9. 訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，消しくずを残さないこと。
10. 解答用紙は，絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
11. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離さないこと。
12. 解答用紙は持ち帰らず，必ず提出すること。
13. 問題冊子は必ず持ち帰ること。
14. 不正行為または不正行為と疑われる行為に対しては，厳正に対処する。
15. 試験時間は60分である。
16. マークシート記入例

良い例	悪　い　例



〔Ⅰ〕 正六面体のサイコロがあり，1 から 6 までの数字が各面にひとつずつ書かれている。このサイコロを 3 回投げて出た目の数を順に a, b, c とする。

以下の問に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。ただし，分数はすべて既約分数にしなさい。

(1) abc が 3 の倍数となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ である。

(2) $a+b+c$ が 8 の約数となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(3) a, b, c がこの順に等差数列をなし，かつ，$a < b < c$ を満たす確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ である。

(4) a, b, c が $0 \leqq \log_2 a + \log_2 b + \log_2 c - \log_2 3 \leqq 1$ を満たす確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

(5) a, b, c が $\displaystyle\int_0^6 |x-a|\,dx + \int_0^6 |x-b|\,dx + \int_0^6 |x-c|\,dx = 30$ を満たす確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

(このページは計算用紙として使用しなさい。)

〔Ⅱ〕 平面上に 3 点 A, B, C を頂点とする三角形 ABC があり，辺 AB の長さは $3\sqrt{3}$，辺 AC の長さは $5\sqrt{3}$，$\angle$BAC は 120° である。三角形 ABC の内心を I とし，三角形 ABC の外心を O とする。

以下の問に答えなさい。空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。ただし，分数はすべて既約分数にしなさい。根号を伴う空欄は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

(1) 辺 BC の長さは $\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ であり，三角形 ABC の外接円の直径は $\boxed{\text{ツテ}}$ である。

(2) 三角形 ABC の面積は $\dfrac{\boxed{\text{トナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ であり，三角形 ABC の内接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

(3) $\overrightarrow{\mathrm{AI}} = \dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \dfrac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ である。

(4) $\overrightarrow{\mathrm{AO}} = \dfrac{\boxed{\text{ホマ}}}{\boxed{\text{ミ}}}\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \dfrac{\boxed{\text{ムメ}}}{\boxed{\text{モヤ}}}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ である。

(このページは計算用紙として使用しなさい。)

〔Ⅲ〕 2つの関数 $f(x)=x^3+3tx^2+12(t-1)x$，$g(x)=-f(x)$ について，座標平面上の2曲線 $y=f(x)$，$y=g(x)$ を考える。ただし，t は定数である。また，関数 $f(x)$ が極大値と極小値をもち，極値をとるときの x の値を α, β（ただし，$\alpha<\beta$）とする。

以下の問に答えなさい。設問 (1), (2) は空欄内の各文字に当てはまる数字を所定の解答欄にマークしなさい。設問 (3), (4), (5) は裏面の所定の欄に解答のみ書きなさい。ただし，分数はすべて既約分数にしなさい。

(1) $\alpha+\beta=-\boxed{\text{ユ}}t$，$\alpha\beta=\boxed{\text{ヨ}}t-\boxed{\text{ラ}}$，
$\beta-\alpha=\left|\boxed{\text{リ}}t-\boxed{\text{ル}}\right|$ である。

(2) 2曲線 $y=f(x)$，$y=g(x)$ の共有点が3個となるとき，原点以外の共有点の x 座標を γ，δ とすると，
$\gamma+\delta=-\boxed{\text{レ}}t$，$\gamma\delta=\boxed{\text{ロワ}}t-\boxed{\text{ヲン}}$ である。

(3) 2曲線 $y=f(x)$，$y=g(x)$ の共有点が2個となる t の値をすべて書きなさい。

(4) 2曲線 $y=f(x)$，$y=g(x)$ の共有点が3個となるとき，4点 A$(\alpha, f(\alpha))$，B$(\alpha, g(\alpha))$，C$(\beta, f(\beta))$，D$(\beta, g(\beta))$ を頂点とする四角形ABCDの面積を S とする。S を t を用いて表した式を書きなさい。

(5) (4) の条件を満たし，かつ，$\beta-\alpha \geqq 3$ となるとき，四角形ABCDの面積が最小となる t の値とそのときの面積 S を求めなさい。

（このページは計算用紙として使用しなさい。）