



## 数 学 問 題

はじめに、これを読むこと。

1. 試験会場内では、監督者の指示に従うこと。
2. 解答を始めるよう合図があるまで、問題冊子は開かないこと。
3. この問題冊子は 11 ページまでである。ただし、ページ番号のない白紙はページ数に含まない。
4. 解答用紙に印刷されている座席番号が正しいかどうか、受験票と照合すること。
5. 監督者の指示にしたがい、解答用紙の氏名欄に氏名を記入すること。
6. 解答は全て解答用紙の所定欄にマークするか、または記入すること。所定欄以外のところには何も記入しない。
7. 分数形で解答する場合は、それ以上約分できない形で答えなさい。また、根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。
8. 解答は、必ず鉛筆またはシャープペンシル（いずれも HB・黒）で記入すること。
9. 訂正する場合は、消しゴムできれいに消し、消しくずを残さないこと。
10. 解答用紙は、絶対に汚したり折り曲げたりしないこと。
11. 問題冊子の余白は、適宜利用してよいが、どのページも切り離さないこと。
12. 解答用紙は持ち帰らず、必ず提出すること。
13. 問題冊子は、必ず持ち帰ること。
14. 不正行為または不正行為と疑われる行為に対しては、厳正に対処する。
15. マーク記入例

良い例	悪い例
	





〔 I 〕 次の各問の  に入る数値を下の表から選んでアルファベットをマークせよ。同じアルファベットを選んでもかまわない。

1.  $\frac{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}{\sqrt{7-2\sqrt{6}}} = \frac{4}{5}\sqrt{m} + \frac{3}{5}\sqrt{n}$  を満たす自然数は、

$$m = \boxed{(1)}, \quad n = \boxed{(2)}$$

である。

2.  $0 \leq \theta \leq \pi$  のとき、 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$  を満たすならば、

$$\sin \theta = \frac{\boxed{(3)}}{4}, \quad \cos 2\theta = -\frac{\boxed{(4)}}{4}$$

である。

3.  $A, B, C$  の 3 つの袋に赤と白の玉が、いくつか入っている。(他の色の玉は、入っていない。)  $A, B, C$  の玉の個数の比は、 $2 : 1 : 1$  である。 $A, B, C$  の白の玉の割合は、それぞれ  $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$  である。 $A, B, C$  の玉を、すべて 1 つの袋に集めて、よく混ぜてから、1 つの玉を取り出したとき、赤であった。このとき、取り出した赤い玉が、もともと  $A$  の袋に入っていたものである確率は、 (5) であり、また、取り出した赤い玉が、もともと  $C$  の袋に入っていたものである確率は、 (6) である。

- |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| A. $-2$                  | B. $-1$                  | C. $0$                   | D. $1$                   |
| E. $2$                   | F. $3$                   | G. $4$                   | H. $5$                   |
| I. $6$                   | J. $8$                   | K. $10$                  | L. $\sqrt{2}$            |
| M. $\sqrt{3}$            | N. $\sqrt{5}$            | O. $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ | P. $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ |
| Q. $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ | R. $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ | S. $\sqrt{11}$           | T. $\sqrt{13}$           |
| U. $\sqrt{15}$           | V. $\frac{1}{2}$         | W. $\frac{2}{3}$         | X. $\frac{1}{5}$         |
| Y. $\frac{\sqrt{2}}{3}$  | Z. $\frac{2}{5}$         |                          |                          |

(計算用紙)

〔Ⅱ〕 次のア～トに当てはまる 0～9 の数字を解答欄にマークせよ。

1. 座標平面上で、 $y = x^2$  のグラフを  $C$  とし、直線  $y = ax + 1$  を  $l$  とする。  
 $C$  と  $l$  の交点を  $A, B$  とするとき、 $C$  の  $A$  における接線を  $l_1$ 、 $B$  における接線を  $l_2$  とする。 $l_1, l_2$  の交点を  $P$  とすれば、 $P$  の座標は、

$$\left( \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}a, -\boxed{\text{ウ}} \right)$$

である。このとき、三角形  $\triangle PAB$  の面積は、

$$\frac{\left(a^2 + \boxed{\text{エ}}\right) \sqrt{a^2 + \boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

となる。

2.  $x^3 - ax + b = 0$  の解を考える。

(1)  $x = 2$  が 2 重解になるとき、 $a = \boxed{\text{キク}}$ 、 $b = \boxed{\text{ケコ}}$  で、もう一つの解は、  
 $x = -\boxed{\text{サ}}$  となる。

(2)  $x = 2 + \sqrt{2}i$  が解になるとき、 $a = \boxed{\text{シス}}$ 、 $b = \boxed{\text{セソ}}$  で、実数解  
 $x = -\boxed{\text{タ}}$  を持つ。

3.  $r$  を正の数とし、座標平面上で、関数  $y = x^3 - r^2x$  のグラフを考える。

$-r \leq x \leq r$  でこのグラフが、原点を中心とする半径  $r$  の円の内側（円周も含む）に入る  $r$  の範囲は、 $r \leq \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$  である。

$r = \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$  のとき、 $x \geq 0$ 、 $x^2 + y^2 \leq r^2$ 、 $y \geq |x^3 - r^2x|$  を満たす  $(x, y)$

の領域の面積は、 $\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \pi - \boxed{\text{ト}}$  である。

(計算用紙)

〔Ⅲ〕  $n$  を自然数とし、座標平面上で異なる  $2n$  個の点  $P_1, P_2, \dots, P_{2n}$  をとる。

この  $2n$  個の点の中から 2 点ずつを結んでいき、次の条件を満たす  $n$  個の線分をつくる。

(条件)  $n$  個の線分の端点は、全て異なる。

ここでは、 $n$  個の線分を選ぶといったら、常にこの条件を満たすものとする。

$n$  個の線分を選んだとき、その  $n$  個の線分の長さの和を、 $\ell$  とする。

また、 $\ell$  が最小となる  $n$  個の線分の選び方の総数を、 $a_n$  と置く。

このとき、次の問に答えよ。

1. 次の命題の内、正しい命題をひとつ選び、そのアルファベットを、解答欄に記入せよ。

A.  $\ell$  が最小となる  $n$  個の線分を選んだとき、どの 2 つの線分も共有点を持たない。

B.  $\ell$  が最小となる  $n$  個の線分の選び方の必要十分条件は、 $n$  個の線分のどの 2 つの線分も共有点を持たないことである。

C. ある 2 つの線分が、共有点を持つが、 $\ell$  が最小となる  $n$  個の線分の選び方がある。

D.  $a_n = 1$  ならば、 $P_1, P_2, \dots, P_{2n}$  は、直線上にある。

E.  $P_1, P_2, \dots, P_{2n}$  が、直線上にある為の必要十分条件は、 $a_n = 1$  である。

2.  $P_1(1, 1), P_2(1, 2), \dots, P_n(1, n), P_{n+1}(2, 1), P_{n+2}(2, 2), \dots, P_{2n}(2, n)$

の場合に、次の問に答えよ。

(1)  $a_2, a_3$  を求めよ。(答えのみを、解答欄に記入せよ。)

(2) 一般の  $n$  の場合に、 $\ell$  の最小値を求めよ。(答えのみを、解答欄に記入せよ。)

(3)  $n \geq 3$  について、 $a_n$  を漸化式で表せ。(解答経過の要点も、解答欄に記入せよ。)



(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)



