

平成 21 年度

前 期 日 程

数 学 (120 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
また、別冊の解答用紙についても同じです。
2. 問題は、1 ページから 4 ページまであります。解答用紙は、

，

，

，

 の 4 枚からなっています。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答はすべて、各問題の解答用紙の解答欄に記入しなさい。
なお、解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入しなさい。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の該当欄に志望学科名及び受験番号 (2 か所) を記入しなさい。
5. 解答用紙の※を付した欄には、何も記入してはいけません。
6. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

1 a, b を正の定数として, 直線 $\ell: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ と曲線 $C: \sqrt[3]{\frac{x}{a}} + \sqrt[3]{\frac{y}{b}} = 1$ を考える。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) 曲線 C と x 軸, y 軸で囲まれた部分の面積 S_1 を求めよ。

(2) 直線 ℓ と曲線 C で囲まれた部分の面積を S_2 とするとき, $\frac{S_1}{S_2}$ を求めよ。

2 楕円 $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{3} = 1$ を原点を中心に反時計回りに角 $\frac{\pi}{6}$ だけ回転して得られる曲線を C とする。

- (1) 曲線 C の方程式を求めよ。
- (2) 直線 $y = t$ が C と共有点を持つような実数 t の範囲を求めよ。
- (3) すべての頂点が C 上にあり、1 辺が x 軸に平行な三角形の面積の最大値を求めよ。

3

実数 x に対して

$$f(x) = \int_0^x \frac{1}{t^2 + 1} dt$$

とおく。

- (1) $f(1)$ を求めよ。
- (2) $x > 0$ に対して $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ とおく。 $g(x)$ の導関数を求め、 $x > 0$ に対して等式 $f(x) + g(x) = \frac{\pi}{2}$ が成り立つことを示せ。
- (3) (2) を利用して極限 $\alpha = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ を求めよ。
- (4) 極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\alpha - f(x))$ を求めよ。

4 日本近海のある海域では未確認飛行物体(UFO)が頻繁に目撃されている。あるテレビ局がスクープ映像をねらって取材チームをこの海域に送り込んだ。海面を xy 平面とする空間座標で船舶1を点 $A(4, 0, 0)$ に、船舶2を点 $B(0, 5, 0)$ に配置し、空中ではヘリコプターが点 $C(11, 13, 2)$ の近くで待機している。

- (1) 午後4時に船舶1からベクトル $(2, 3, 3)$ の方向に、船舶2からベクトル $(6, -2, 3)$ の方向に UFO が見えた。午後4時における UFO の位置を点 P とするとき、 P の座標を求めよ。
- (2) 4分前の3時56分に UFO は点 $Q(2, 0, 3)$ にいたことが確認された。UFO は方向、速さ一定のまま飛行していると予測される。4時 t 分における UFO の予測される位置の座標を求めよ。
- (3) UFO の予測飛行ルート上の点で、点 C に最も近い点 R の座標を求めよ。
- (4) UFO 発見の報告で、4時5分にヘリコプターが分速1で点 C から(3)の点 R に向かって直進した。ヘリコプターと UFO のどちらが先に点 R に到着したか。理由とともに答えよ。