

平成 28 年度

前 期 日 程

数 学 (120 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は、1 ページから 4 ページまであります。解答用紙は、前 1，
前 2，前 3，前 4 の 4 枚からなっています。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答はすべて、各問題の解答用紙の解答欄に記入しなさい。
なお、解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入しなさい。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の該当欄に志望学科名(社会工学科を志望するものは志望分野名、創造工学教育課程を志望するものは志望コース名)及び受験番号(2 か所)を左詰めで記入しなさい。
5. 解答用紙の網掛け部分及び※を付した欄には、何も記入してはいけません。
6. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

1 関数 $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$ のグラフを曲線 C とする。

- (1) 関数 $f(x)$ の極値を求めよ。
- (2) 曲線 C の変曲点を求めよ。
- (3) 曲線 C 上の点 $(0, f(0))$ における接線を ℓ とする。曲線 C と接線 ℓ とで囲まれた図形の面積 S を求めよ。

2 数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = 4, \quad a_{n+1} = \frac{(3n+4)a_n - 9n - 6}{(n+1)a_n - 3n - 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たす。

(1) すべての自然数 n に対し、 $a_n > 3$ であることを示せ。

(2) $b_n = \frac{1}{a_n - 3}$ とおく。 b_{n+1} を b_n と n の式で表せ。

(3) (2)で定めた数列 $\{b_n\}$ に対し $c_n = b_{n+1} - b_n$ とおく。数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

(4) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

3 座標空間内に

$$O(0, 0, 0), A(1, 2, 2), B(1, 0, -1), C(2, -1, 1)$$

を頂点とする四面体 $OABC$ がある。 $t > 0$ に対して半直線 OB 上の点 P を $OB : OP = 1 : t$ となるようにとる。

- (1) 内積 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AP}$ を t を用いて表せ。
- (2) $\triangle APC$ の面積を $S(t)$ とおく。 $S(t)$ が最小になる t の値と、そのときの $S(t)$ の値を求めよ。
- (3) 点 Q は直線 OB 上にあり、点 R は直線 AC 上にある。線分 QR の長さの最小値と、そのときの点 R の座標を求めよ。

4 実数 t に対し、複素数

$$\left(-\frac{1}{2} + \cos t + i \sin t\right)^2$$

の実部を $f(t)$ 、虚部を $g(t)$ とする。

座標平面上に曲線 $C: x = f(t), y = g(t)$ ($0 \leq t \leq \pi$) がある。

- (1) $0 \leq t \leq \pi$ のとき $f(t)$ のとる値の範囲を求めよ。
- (2) 曲線 C 上の点 $P\left(f\left(\frac{\pi}{3}\right), g\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$ における接線の方程式を求めよ。
- (3) 曲線 C の $y \leq 0$ の範囲にある部分と x 軸とで囲まれた図形の面積 S を求めよ。