

平成 22 年度・入学試験問題

数 学 (I)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答用紙にはすべて受験番号を記入しなさい。
3. 答案は解答用紙各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子および草稿紙は持ち帰りなさい。

すべての問題について、求める手順をわかりやすく説明すること。

平成22年度個別学力検査
医学部 前期日程
数 学 問 題
名古屋市立大学 学生課 052-853-8020

1. ある自然数 $k \geq 3$ に対して行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ (ただし $b \neq 0$) が $A^k = O$ (零行列) を満たすとする。次の問いに答えよ。

(1) 行列 A は逆行列を持たないことを示せ。

(2) $A^2 = O$ を示せ。

(3) 0 でない実数を p , 単位行列を E とおく。 $A - pE$ が逆行列を持つことを示し、逆行列を a, b, p で表せ。

2. 負でない実数を a とする。 xy 平面上で $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq \frac{1}{1+x}$ を満たす領域を A とし、 A を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を V_1 , y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を V_2 とする。次の問いに答えよ。

(1) V_1 を求めよ。

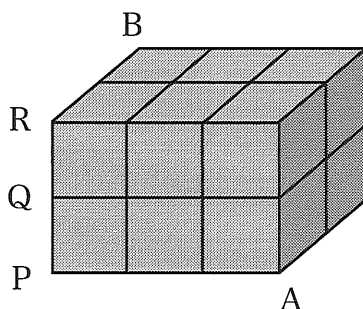
(2) V_2 を求めよ。

(3) $V_1 - V_2$ が最大となるときの a の値を p とおく。 p を求め、 $p < 1$ を示せ。

(4) $p < a < 1$ において $V_1 = V_2$ となる a が存在することを示せ。ただし $\log 2 < 0.7$ を使用してもよい。

3. 同じ大きさの立方体を 12 個積んでできた直方体を図に示す。頂点 A から頂点 B まで立方体の辺を通して最短距離で進むものとする。次の問いに答えよ。

- (1) 進み方は全部で何通りあるか。
- (2) 直方体の内部を少なくとも一度は通る進み方は何通りあるか。
- (3) 頂点 P, Q, R のいずれも通らない進み方は何通りあるか。



4. 関数 $f_n(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + \frac{(-1)^{n-1}x^n}{n}$ (ただし $x \geq 0, n = 1, 2, \dots$) について、次の問いに答えよ。

- (1) 導関数 $\frac{d}{dx}f_n(x)$ を求めよ。
- (2) n が偶数のとき、 $f_n(x) \leq \log(1+x)$ 、 n が奇数のとき $f_n(x) \geq \log(1+x)$ であることを示せ。
- (3) (2)を利用して $\log \frac{6}{5}$ の値を、小数第 3 位を四捨五入して小数第 2 位まで求めよ。
- (4) $\frac{1}{250} + \frac{1}{251} + \dots + \frac{1}{299} + \frac{1}{300}$ の値を、小数第 3 位を四捨五入して小数第 2 位まで求めよ。