

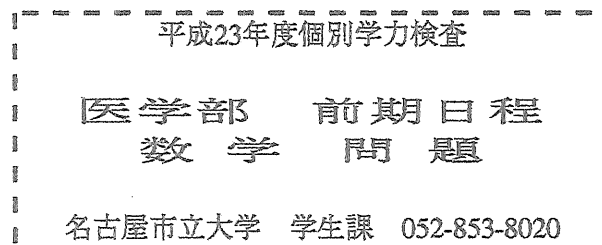
平成 23 年度・入学試験問題

数 学 (I)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答用紙にはすべて受験番号を記入しなさい。
3. 答案は解答用紙各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子および草稿紙は持ち帰りなさい。

すべての問題について、求める手順をわかりやすく説明すること。



1. 座標平面上の点 $(1, 0)$ に物体 A がある。さいころを振り、1 から 4 の目が出たら原点から距離 1 だけ遠ざけ、5 または 6 の目が出たときには原点のまわりに 15 度時計方向と逆回りに回転させる。物体 A が y 軸に達するまでこれを続ける。次の問いに答えよ。
- (1) 物体 A が点 $(0, n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) に達する確率 P_n を求めよ。
- (2) P_n を最大にする n を求めよ。

2. 半径 1 の円が直線上を一定の速さ a ($a > 0$) で滑らないように回転しながら進んでいる。時刻 0 において直線と接している円周上の点を P, 時刻 0 から t までに円が回転した角度を θ とする。次の問いに答えよ。
- (1) 時刻 t における P の速度ベクトルの大きさ $|\vec{v}(t)|$ を求めよ。
- (2) 積分 $\int_0^{\frac{2\pi}{a}} |\vec{v}(t)| dt$ を求めよ。

3. 点 O を中心とする半径 r の円の内部にある点を A とする。この円周上の点 P について、線分 AP の垂直二等分線と直線 OP の交点を Q とする。点 P がこの円周上を動くとき、点 Q が描く軌跡を求めよ。

4. 自然数 n に対して関数 $f_n(x)$ を $f_1(x) = x$, $n \geq 2$ のとき

$$f_n(x) = \int_0^x t f_{n-1}(x-t) dt$$

で定める。次の問いに答えよ。

- (1) $f_2(x)$, $f_3(x)$ を求めよ。
(2) $f_n(x)$ を類推し、それが正しいことを証明せよ。