

平成 25 年度・入学試験問題

数 学 (医)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。
3. 答案は解答用紙の各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子および草稿用紙は持ち帰りなさい。

すべての問題について、求める手順をわかりやすく説明すること。

1. 次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x) = x \log x - \tan x$ について、曲線 $y = f(x)$ 上の点 $P\left(\frac{\pi}{4}, f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$ における接線の方程式を求めよ。
- (2) 定積分 $A = \int_0^{\pi} e^{-ax} \cos 2x \, dx$ を求めよ。ただし、 $a \neq 0$ とする。
- (3) 定積分 $B = \int_0^{\pi} e^{-ax} \sin^2 x \, dx$, $C = \int_0^{\pi} e^{-ax} \cos^2 x \, dx$ を求めよ。
ただし、 $a \neq 0$ とする。

2. 1 から 9 までの数字が書かれたカードが 1 枚ずつ計 9 枚ある。図の A から I の位置にこの 9 枚のカードを 1 枚ずつ置くとき、次の問いに答えよ。

- (1) 図 1 のように、1 から 9 の数字が並べられている。7, 8, 9 の 3 枚のカードを順に A, B, C の位置に置くとき、どの行にも同じ数字が現れないカードの置き方は何通りあるか。
- (2) 図 1 において、どの行にも同じ数字が現れないカードの置き方は何通りあるか。
- (3) 図 2 において、どの行、どの列にも同じ数字が現れないカードの置き方は何通りあるか。

1	2	3	A	B	C
4	5	6	D	E	F
7	8	9	G	H	I

図 1

1	4	7
2	5	8
3	6	9

1	2	3	A	B	C
4	5	6	D	E	F
7	8	9	G	H	I

図 2

3. 2 次の正方行列 A, B が $AB \neq BA, A^2B = ABA = BA^2$ を満たすとする。

- (1) A は逆行列をもたないことを証明せよ。
- (2) A^2 を求めよ。
- (3) B^2 が単位行列 E のとき, $AB + BA$ を求めよ。

4. 原点を O とする xyz 空間内に 1 辺の長さが 1 の正四面体 $OPQR$ がある。点 P, Q, R を通り z 軸に平行な 3 直線と xy 平面との交点をそれぞれ P', Q', R' とするとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle PQR, \triangle P'Q'R'$ の面積をそれぞれ S, S_1 とする。 P, Q, R の 3 点を通る平面と xy 平面のなす角を θ とするとき, $S_1 = S|\cos \theta|$ を示せ。
- (2) O が $\triangle P'Q'R'$ の周上を含む内部にあるとき, z 軸と $\triangle PQR$ の交点を A とする。このとき正四面体 $OPQR$ の体積 V は $V = \frac{1}{3} OA \cdot S_1$ となることを示し, S_1 の最小値を求めよ。
- (3) O が $\triangle P'Q'R'$ の外部にあり, 線分 OP' と線分 $Q'R'$ が交点 B をもつとき, 点 B を通り z 軸に平行な直線と, 直線 OP および直線 QR との交点をそれぞれ C, D とする。このとき四角形 $OQ'P'R'$ の面積を S_2 とすると $V = \frac{1}{3} CD \cdot S_2$ となることを示し, S_2 の最大値を求めよ。