

平成 26 年度・入学試験問題(前期)

数 学 (経)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。
3. 答案は解答用紙の各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 解答用紙の裏面には何も書いてはいけません。
5. 試験終了後、問題冊子および草稿用紙は持ち帰りなさい。

1. xy 平面上に動点 $P(t, 2t)$, $Q(t-1, 1-t)$ がある。ただし, $0 \leq t \leq 1$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 実数 k に対して直線 $x = k$ と直線 PQ との交点を求めよ。
- (2) 閉区間 $[-1, 1]$ 内の定数 a に対し, 直線 $x = a$ と線分 PQ との交点の y 座標のとり得る範囲を a で表せ。
- (3) t が 0 から 1 まで動くとき, 線分 PQ が動く領域 S の面積を求めよ。

2. 空間に四面体 $ABCD$ と点 P, Q があり,

$$4\overrightarrow{PA} + 5\overrightarrow{PB} + 6\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{0}$$

$$4\overrightarrow{QA} + 5\overrightarrow{QB} + 6\overrightarrow{QC} + 7\overrightarrow{QD} = \overrightarrow{0}$$

を満たす。次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ を用いて表せ。
- (2) 三角形 PAB と三角形 PBC の面積比を求めよ。
- (3) 四面体 $QABC$ と四面体 $QBCD$ の体積比を求めよ。

3. 円周上に等間隔に n 個 ($n \geq 4$) の点が配置されている。これらの点から異なる 3 点を無作為に選び出し、それらを頂点とする三角形をつくる。次の問いに答えよ。

- (1) $n = 8$ のとき、三角形が直角三角形になる確率を求めよ。
- (2) n が偶数であるとき、三角形が直角三角形になる確率を n の式で表せ。
- (3) $n = 12$ のとき、三角形が鈍角三角形になる確率を求めよ。

4. xy 平面において、曲線 $y = nx^2$ (n は自然数, $x \geq 0$) を C_n とし、直線 $y = 1$ を L とする。2 つの曲線 C_n, C_{n+1} および L で囲まれた図形の面積を S_n とする。次の問いに答えよ。

- (1) S_n を求めよ。
- (2) 任意の n に対して $S_n > S_{n+1}$ が成り立つことを示せ。
- (3) $\sum_{k=1}^n S_k > \frac{1}{2}$ となる最小の n を求めよ。