

平成 27 年度・入学試験問題

数 学 (芸工)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。
3. 答案は解答用紙の各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子および草稿用紙は持ち帰りなさい。

すべての問題について、求める手順をわかりやすく説明すること。

1. (1) 平面上のベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ に対して, $\vec{p} = -\vec{a} + 3\vec{b}, \vec{q} = \frac{1}{5}(\vec{a} + 3\vec{b})$ とする。 $|\vec{p}| = 5, |\vec{q}| = 2$ であるとき, 次の問いに答えよ。
- (a) $\vec{a}, \vec{b}$ をそれぞれ $\vec{p}, \vec{q}$ を用いて表せ。
- (b) $\sqrt{2}|\vec{a}| = 3|\vec{b}|$ のとき, 内積 $\vec{p} \cdot \vec{q}$ を求めよ。
- (2) 関数 $f(x) = \sin 2x + \sqrt{6}(\cos x - \sin x) - \frac{7}{4}$ について, 次の問いに答えよ。ただし, $0 \leq x \leq 2\pi$ とする。
- (a) $t = \cos x - \sin x$ とおく。 t のとりうる値の範囲を求め, $f(x)$ を t の式で表せ。
- (b) $f(x)$ の最大値と最小値, およびそれらを与える x の値を求めよ。

2. 数列 $\{a_n\}$ が $\frac{a_n - 3a_{n+1}}{4(n+1)} = a_n a_{n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定義されている。ただし, 初項 $a_1 = 1$ とする。次の問いに答えよ。
- (1) $a_n \neq 0$ を示せ。
- (2) $b_n = \frac{1}{a_n} + 2n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくと, 数列 $\{b_n\}$ のみたす漸化式を求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

3. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ で定義された関数 $f(x) = \int_x^{x+\frac{\pi}{4}} |2\cos^2 t + 2\sin t \cos t - 1| dt$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ の値を求めよ。
- (2) 積分を計算して、 $f(x)$ を求めよ。
- (3) $f(x)$ の最大値と最小値、およびそれらを与える x の値を求めよ。

4. 図 1, 2 のような網目状の道があり, 頂点 O を出発点とし, 各頂点においてそれぞれ $\frac{1}{2}$ の確率で上、または右斜め下に進む。ただし, 右斜め下に道がない場合は必ず上に, 上に道がない場合は必ず右斜め下に進み, A, B, C のいずれかに到達したら停止する。次の問いに答えよ。

- (1) 図 1 において, 各頂点 A, B, C に到達する確率 P_A, P_B, P_C を求めよ。
- (2) 図 2 において, C_1, C_2 をともに通過して C に到達する確率を求めよ。
- (3) 図 2 において, B_1, B_2 をともに通過して B に到達する確率を求めよ。

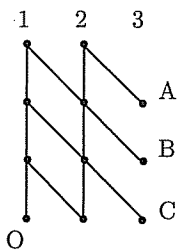


图 1.

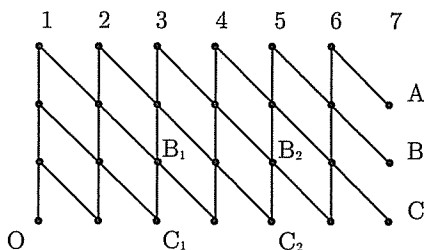


图 2