

平成 28 年度・入学試験問題

数 学 (芸工)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。
3. 答案は解答用紙の各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 試験終了後、問題冊子および草稿用紙は持ち帰りなさい。

すべての問題について、求める手順をわかりやすく説明すること。

1. 座標平面上の原点 O を中心とする半径 1 の円周上に, 中心角 θ の弧 AB をとる。ただし, 点 A の座標を $(1, 0)$, $0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 扇形 OAB を x 軸の周りに 1 回転させた回転体の体積 $V_1(\theta)$ を求めよ。
- (2) 扇形 OAB を y 軸の周りに 1 回転させた回転体の体積 $V_2(\theta)$ を求めよ。
- (3) 体積の差 $V(\theta) = V_2(\theta) - V_1(\theta)$ を θ の関数として, そのグラフをかけ。

2. 図 1 から図 3 は, 辺の長さが 1 の正方形が並んだ図形である。これらの図において, 1 つ, またはいくつかの正方形で構成される四角形を考える。例えば, 図 1 において灰色で示した図形は, 点 A を 1 つの頂点とする幅が 3 , 高さが 2 の四角形である。次の問いに答えよ。

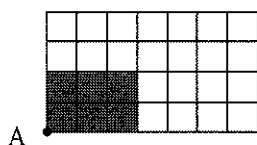


図 1

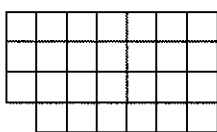


図 2

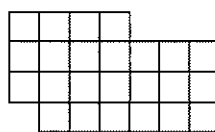


図 3

- (1) 図 1 の中に点 A を 1 つの頂点とする四角形はいくつあるか。
- (2) 図 2 の中に四角形はいくつあるか。
- (3) 図 3 の中に四角形はいくつあるか。

3. 自然数 k に対して、関数 $f_k(x) = -3x^2 - 2x + a_k$ を考える。ただし、 a_k は x に無関係な数列で $a_1 = 2$ とする。関係式 $\int_0^{k+1} f_{k+1}(x)dx = \int_0^k f_k(x)dx - k^2 - k$ が満たされるとき、次の問いに答えよ。

(1) a_k と a_{k+1} との関係式を求めよ。

(2) a_k を k の式で表せ。

(3) $\sum_{k=1}^n \int_0^k f_k(x)dx$ を求めよ。

4. 2次関数 $y = -x^2 + 2x + 4$ ($-2 \leq x \leq 3$) の表す曲線において、 $x = -2$, $x = 3$ での端点をそれぞれ、A, B とする。また、点 C をこの曲線上の点とする。次の問いに答えよ。

(1) この関数のグラフをかけ。

(2) 三角形 ABC の面積が 15 となる時、点 C の座標を求めよ。

(3) 三角形 ABC の面積が最大となる時、点 C の座標を求めよ。

(4) 三角形 ABC が $AC = BC$ の二等辺三角形となる時、点 C の座標を求めよ。