

平成 28 年度・入学試験問題

数 学 (中)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。
3. 答案は解答用紙の各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 解答用紙の縦の線の右側には、受験番号以外は何も記入してはいけません。
5. 解答用紙の裏面には何も書いてはいけません。
6. 試験終了後、問題冊子および草稿用紙は持ち帰りなさい。

1. 座標空間内の原点を中心とする半径 2 の球 A と、点 $(t, 0, 0)$ を中心とする半径 1 の球 B がある。ただし、 $0 \leq t \leq 3$ とする。次の問いに答えよ。

(1) 球 A と球 B のいずれにも含まれる領域の体積 $V(t)$ を求めよ。

(2) $V(t)$ を t の関数としてグラフにかけ。

(3) 定積分 $\int_0^3 V(t)dt$ を求めよ。

2. 複素数平面上の点 $P_0, P_1, P_2, \dots$ を表す複素数をそれぞれ $z_0, z_1, z_2, \dots$ とする。原点 O および整数 k ($k \geq 0$) に対して $\angle OP_k P_{k+1} = \frac{\pi}{2}$ を満たす。また、 $\angle P_k O P_{k+1} = \theta$ とする。ただし、 θ は $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ を満たす定数とする。次の問いに答えよ。

(1) z_{k+1} を z_k で表せ。

(2) $z_0 = a$ (a は正の実数) であるとき、三角形 $OP_k P_{k+1}$ の面積 s_k を a, θ で表せ。

(3) 三角形の面積の和 $A_n = \sum_{k=0}^{n-1} s_k$ を a, θ で表せ。

3. A, B の 2 人で交互にボールを的に向かって投げるゲームを行う。先にボールを的に当てた方を勝ちとしゲームを終了する。A がボールを 1 回投げて的に当たる確率は p , B がボールを 1 回投げて的に当たる確率は q である。ただし, $0 < p < 1, 0 < q < 1$ である。A を先攻とし, A の最初の投球を 1 回目, 次の B の投球を 2 回目, $\dots$ と数える。次の問いに答えよ。

(1) n 回目の投球で A がゲームに勝つ確率を求めよ。

(2) A がゲームに勝つ確率を求めよ。

(3) B がゲームに勝つ確率が, A が勝つ確率より高くなるときの p, q の条件を求めよ。また, その条件を満たす (p, q) の領域を横軸 p , 縦軸 q の座標平面に図示せよ。