

平成 29 年度・入学試験問題(前期)

数 学 (経)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。
3. 答えは解答用紙の各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 解答用紙の裏面には何も書いてはいけません。
5. 試験終了後、問題冊子および下書用紙は持ち帰りなさい。

1. 曲線 $C: y = x^3 + 1$ と直線 $\ell_1: y = 3x - 1$ が接する点を P とする。点 P を通り、 P 以外の点 Q で C と接する直線を ℓ_2 とする。次の問いに答えよ。

(1) 直線 ℓ_2 の方程式を求めよ。

(2) 曲線 C と直線 ℓ_1 の共有点で点 P 以外の点を R とする。 ℓ_1, ℓ_2 および C のうち Q から R までの部分によって囲まれた図形の面積を求めよ。

2. 原点を O とする座標空間内に 3 点 $A(4, 0, 2)$, $B(2, 3, 3)$, $C(5, 3, 0)$ からなる三角形 ABC がある。2 点 A, B を通る直線上の点を D とする。次の問いに答えよ。

(1) ベクトル $\overrightarrow{OD}$ を $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}$ を用いて表せ。

(2) 点 D が xy 平面上にあるとき、その座標を求めよ。

(3) xy 平面上の点 $P(x, y, 0)$ が三角形 ABC を含む平面上にあるとき、 x と y の関係式を求めよ。

(4) 点 P が (3) の条件を満たし、さらに、2 点 A, P を通る直線と 2 点 B, C を通る直線が直交するとき、点 P の座標を求めよ。

3. 自然数 n に対し, $a_n = 2^{n-1} \cos \frac{(n-1)\pi}{3}$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ を考える。
 また, $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和を S_n で表す。次の問いに答えよ。
- (1) S_6 を求めよ。
- (2) S_{50} を求めよ。
- (3) $|S_n| \geq 10^{50}$ となる最小の n の値を求めよ。ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

4. 袋の中に何枚かの金貨と、何枚かの銀貨が入っており、これを金貨、銀貨の別を確認することなく、1枚ずつ取り出して、順に1列に並べていく。袋の中の硬貨をすべて取り出して並べ終えたとき、列の中には、金貨と銀貨いずれかのみ1枚以上からなる部分的な列ができている。これを「連（れん）」とよぶ。例えば、

金, 金, 金, 銀, 銀, 金, 金, 銀, 金

の列には、

(金, 金, 金), (銀, 銀), (金, 金), (銀), (金)

のように、5個の連がある。次の問いに答えよ。ただし, $0! = 1$ とする。

- (1) 金貨が6枚、銀貨が3枚のとき、連の個数が5である確率を求めよ。
- (2) 金貨と銀貨が n 枚ずつ ($n \geq 2$) のとき、連の個数が偶数 k ($2 \leq k \leq 2n$) である確率を n と k の式で表せ。