

平成 29 年度・入学試験問題

数 学 (芸工)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。
3. 答案は解答用紙の各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 解答用紙の裏面には何も書いてはいけません。
5. 試験終了後、問題冊子および下書用紙は持ち帰りなさい。

すべての問題について、求める手順をわかりやすく説明すること。

1. 原点を O とする座標空間内に 3 点 $A(4, 0, 2)$, $B(2, 3, 3)$, $C(5, 3, 0)$ からなる三角形 ABC がある。2 点 A, B を通る直線上の点を D とする。次の問いに答えよ。
- (1) 点 D が xy 平面上にあるとき、その座標を求めよ。
- (2) xy 平面上の点 $P(x, y, 0)$ が三角形 ABC を含む平面上にあるとき、 x と y の関係式を求めよ。
- (3) 点 P が (2) の条件を満たし、さらに、2 点 A, P を通る直線と 2 点 B, C を通る直線が直交するとき、点 P の座標を求めよ。

2. 多項式

$$Z = 3p^4 + 4p^3q + 2p^2q^2 + 4pq^3 + 3q^4$$

を考える。ただし、 p, q は自然数とする。次の問いに答えよ。

- (1) $p + q = a, pq = b$ とするとき、 Z を a と b を用いて表せ。
- (2) $Z = 3^2 \times 11^2 \times 19$ となるときの自然数 p, q の組をすべて求めよ。

3. $x > 0$ の範囲において, $f(x) = \frac{\log x^2}{x^2}, g(x) = kx^2 (k > 0)$ とおく。

2つの曲線 $y = f(x), y = g(x)$ が共有点をもち, その共有点におけるそれぞれの接線が一致するとき, 共有点の x 座標を p とする。次の問いに答えよ。ただし, 対数は自然対数とする。

なお, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x^2}{x^2} = 0$ であることを証明なしで用いてよい。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ の増減, 極値, グラフの凹凸および変曲点を調べて, そのグラフをかけ。
- (2) p の値を求めよ。
- (3) 直線 $x = 1$ と 2 曲線 $y = f(x), y = g(x)$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

4. 自然数 n に対し, $a_n = 2^{n-1} \cos \frac{(n-1)\pi}{3}$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ を考える。

また, $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和を S_n で表す。次の問いに答えよ。

- (1) S_6 を求めよ。
- (2) S_{50} を求めよ。
- (3) $|S_n| \geq 10^{50}$ となる最小の n の値を求めよ。ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。