

数 学

(文・教・法・情—社会システム情報)

2 月 25 日(水) 9 : 00—10 : 30

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この冊子を開いてはいけない。
2. 冊子の枚数は表紙を含めて 12 枚(そのうち答案紙 4 枚、数学公式集 3 枚、草稿用紙 4 枚)である。
問題は各答案紙に 1 題ずつ印刷されている。
3. 落丁、乱丁、印刷不鮮明な箇所などがあつたら、ただちに申し出よ。
4. 解答にかかる前にこの冊子左端の折り目をていねいに切り離し、すべての答案紙の所定の 2 箇所に受験番号を記入せよ。
5. 解答は必ず各問題別の答案紙表の所定の欄に記入せよ。
6. 草稿用紙のほか、この冊子の答案紙以外の余白は、草稿用に使用してよい。
7. 数学公式集は問題と無関係に、文科系、理科系の区別なく作成されたものであるが、答案作成にあたって利用してよい。
8. 試験終了時刻までは退室してはいけない。
9. 答案紙は持ち帰ってはいけない。その他は持ち帰ってよい。
10. 問題③は選択問題であり、(a)、(b)の 2 題からなるが、いずれかの 1 題だけを解答するものとする。③の答案として 1 題だけを提出する。他方の答案紙は、大きく斜線を引いたうえで、最後に提出する。

1

文科系

受 験 番 号

31 数 学

答 案 紙

受験番号

1 座標平面上に放物線 $y = -x^2 + 4$ と直線 $l: y = x + k$ を考える。

- 1) 放物線と直線 l が異なる 2 個の共有点を持つような k の範囲を求めよ。
- 2) k は 1) で求めた条件を満たすとして、さらに $k > 0$ とする。1) の二つの共有点を P, Q とし、 O を原点とするとき、三角形 OPQ の面積を最大にする k の値、およびそのときの面積を求めよ。

1 (解答欄)

2

文科系

受験番号

31 数学

答 案 紙

受験番号

2

座標平面上に4点 $A(0, 1)$, $B(0, 0)$, $C(1, 0)$, $D(1, 1)$ を頂点とする正方形を考え、この正方形の頂点上を点 Q が1秒ごとに一つの頂点から隣の頂点に移動しているとする。さらに、点 Q は、 x 軸と平行な方向の移動について確率 p 、 y 軸と平行な方向の移動について確率 $1 - p$ で移動しているものとする。最初に点 Q が頂点 A にいたとすると、 n 秒後に頂点 A , C にいる確率をそれぞれ a_n , c_n とする。

- 1) a_2 , c_2 , a_4 , c_4 を求めよ。
- 2) a_{2n} を求めよ。

2

(解答欄)

3

(a)

文科系

受 験 番 号

31 数 学

答 案 紙

受験番号

第3問は選択問題である。つぎの[3](a)または別紙の[3](b)のいずれか一方を選んで解答せよ。

3

(a) N を自然数とし、複素数 $z = \cos \theta + i \sin \theta$ は $z^N = 1$ を満たすとして、以下の級数和 S_1 , S_2 の値を求めよ。

ただし、ここで i は虚数単位 ($i^2 = -1$) である。

1) $S_1 = 1 + z + z^2 + \cdots + z^{N-1}$

2) $S_2 = 1 + \cos \theta + \cos 2\theta + \cdots + \cos(N-1)\theta$

3

(a) (解答欄)

3

(b)

文科系

受 験 番 号

31 数 学

答 案 紙

受験番号

第3問は選択問題である。つぎの③(b)または別紙の③(a)のいずれか一方を選んで解答せよ。

3

(b) 2つの実数 a, b ($a \neq -\frac{1}{2}$) に対し、 $A_1 = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & a \end{pmatrix}$ とし、 E を単位行列とする。

- 1) 等式 $A_2(E + 2A_1) = -A_1$ を満たす行列 A_2 を求めよ。
- 2) 自然数 n に対して、等式 $A_{n+1}(E + 2A_n) = -A_n$ により順に $A_2, A_3, \dots$ を定める。 A_n を求めよ。

3

(b) (解答欄)

この公式集は問題と無関係に作成されたものであるが、答案作成にあたって
利用してよい。この公式集は持ち帰ってよい。

(不 等 式)

$$1. \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}, \quad \frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}, \quad (a, b, c \text{ は正または } 0)$$

$$2. (a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$$

(三 角 形)

$$3. \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$4. a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$5. S = \frac{1}{2} bc \sin A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad (s = \frac{1}{2}(a+b+c))$$

(図 形 と 式)

6. 数直線上の2点 x_1, x_2 を $m:n$ に内分および外分する点:

$$\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \quad \frac{mx_2 - nx_1}{m-n}$$

7. 点 (x_1, y_1) と直線 $ax + by + c = 0$ との距離, および点 (x_1, y_1, z_1) と平面 $ax + by + cz + d = 0$ との距離:

$$\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \frac{|ax_1 + by_1 + cz_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$8. \text{ だ円 } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ 上の点 } (x_1, y_1) \text{ における接線: } \frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} = 1$$

$$9. \text{ 双曲線 } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ 上の点 } (x_1, y_1) \text{ における接線: } \frac{x_1 x}{a^2} - \frac{y_1 y}{b^2} = 1$$

(ベクトルと行列)

$$10. \text{ 2つのベクトルのなす角: } \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

$$11. \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}, \quad (ad - bc \neq 0)$$

12. 点 (x, y) を原点のまわりに角 θ 回転した点を (x', y') とすれば

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

(複 素 数)

13. 極形式表示: $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$, ($r = |z|$, $\theta = \arg z$)

14. $z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$, $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$ に対し,

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2))$$

15. ド・モアブルの公式: $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ に対し,

$$z^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

(対 数)

16. $\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$

(三 角 関 数)

17. $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

18. $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$

19. $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$

20. $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \}$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) \}$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) \}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) \}$$

21. $\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$

$$\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

22. $a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$, ($\sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$)

(数 列)

23. 初項 a , 公差 d , 項数 n の等差数列の和: $S_n = \frac{1}{2} n(a + l) = \frac{1}{2} n \{ 2a + (n-1)d \}$, ($l = a + (n-1)d$)

24. 初項 a , 公比 r , 項数 n の等比数列の和: $S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$, ($r \neq 1$)

25. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left\{ \frac{1}{2} n(n+1) \right\}^2$$