

## 文科系

平成 11 年度 入学試験問題・答案紙・数学公式集

# 数 学

(文・教・法・情—社会システム情報)

2 月 25 日(木) 9 : 00—10 : 30

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この冊子を開いてはいけない。
2. 冊子の枚数は表紙を含めて 12 枚(そのうち答案紙 4 枚、数学公式集 3 枚、草稿用紙 4 枚)である。  
問題は各答案紙に 1 題ずつ印刷されている。
3. 落丁、乱丁、印刷不鮮明な箇所などがあつたら、ただちに申し出よ。
4. 解答にかかる前にこの冊子左端の折り目をていねいに切り離し、すべての答案紙の所定の 2 箇所に受験番号を記入せよ。
5. 解答は必ず各問題別の答案紙の所定の欄に記入せよ。
6. 草稿用紙のほか、この冊子の答案紙以外の余白は、草稿用に使用してよい。
7. 数学公式集は問題と無関係に、文科系、理科系の区別なく作成されたものであるが、答案作成にあたって利用してよい。
8. 試験終了時刻までは退室してはいけない。
9. 答案紙は持ち帰ってはいけない。その他は持ち帰ってよい。
10. 問題③は選択問題であり、(a)、(b)の 2 題からなるが、いずれかの 1 題だけを解答するものとする。③の答案として 1 題だけを提出する。他方の答案紙は、大きく斜線を引いたうえで、最後に提出する。

1

文科系

受験番号

31 数学

## 答 案 紙

受験番号

1 曲線  $C: y = x/x - 1$  と、直線  $\ell: y = kx$  に関して、以下の問に答えよ。

- 1)  $C$  と  $\ell$  が  $x > 0$  で2つの交点を持つような  $k$  の範囲を求めよ。
- 2)  $k$  が1)で求めた範囲を動くとき、 $C$  と  $\ell$  によって囲まれる図形全体の面積を最小にする  $k$  の値を求めよ。

1 (解答欄)

2

文科系

受験番号

31 数学

## 答案紙

受験番号

2  $A$  と  $B$  がゲームをくり返す。それぞれ最初の持ち点は2で、ゲームごとに勝者は敗者から1点をもらい、どちらか一方の持ち点が0になるまで続ける。ただし、各ゲームにおいて、 $A$  が勝つ確率を  $p$ 、 $B$  が勝つ確率を  $1-p$  とする。

- 1) ちょうど4回目のゲームでどちらか一方の持ち点が0になる確率を求めよ。
- 2)  $2n$  回目までのゲームで、 $A$  の持ち点が0になる確率を求めよ。

2

(解答欄)

3

(a)

文科系

受 験 番 号

31 数 学

## 答 案 紙

受験番号

第3問は選択問題である。つぎの③(a)または別紙の③(b)のいずれか一方を選んで解答せよ。

3

(a) 複素数  $z$  ( $z \neq -1$ ) に対し、 $f(z) = \frac{z-1}{z+1}$  とおく。このとき、以下の問に答えよ。

- 1)  $f(f(z)) = z + 1$  をみたす  $z$  を求めよ。
- 2) 複素数平面上で3点  $0, a, f(f(a))$  が正三角形をなすとき、複素数  $a$  を求めよ。

3

(a) (解答欄)

3

(b)

文科系

受 験 番 号

31 数 学

## 答 案 紙

受験番号

第 3 問は選択問題である。つぎの③(b)または別紙の③(a)のいずれか一方を選んで解答せよ。

③ (b) 1) ベクトル  $\vec{a} = (a_1, a_2)$  が次の条件(\*)をみたすとき、点  $(a_1, a_2)$  の存在範囲を図示せよ。

(\*) あるベクトル  $\vec{b} = (b_1, b_2)$  が存在して、 $(\vec{a} \cdot \vec{p})^2 + (\vec{b} \cdot \vec{p})^2 = |\vec{p}|^2$  が  
 任意のベクトル  $\vec{p}$  に対して成り立つ

2) 1)で求めた  $\vec{a} = (a_1, a_2)$  に対して、条件(\*)にあるベクトル  $\vec{b} = (b_1, b_2)$  を求めよ。

3

(b) (解答欄)

# 数 学 公 式 集

この公式集は問題と無関係に作成されたものであるが、答案作成にあたって利用してよい。この公式集は持ち帰ってよい。

## (不 等 式)

$$1. \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}, \quad \frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}, \quad (a, b, c \text{ は正または } 0)$$

$$2. (a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$$

## (三 角 形)

$$3. \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$4. a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$5. S = \frac{1}{2} bc \sin A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad (s = \frac{1}{2}(a+b+c))$$

## (図 形 と 式)

6. 数直線上の2点  $x_1, x_2$  を  $m:n$  に内分および外分する点:

$$\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \quad \frac{mx_2 - nx_1}{m-n}$$

7. 点  $(x_1, y_1)$  と直線  $ax + by + c = 0$  との距離, および点  $(x_1, y_1, z_1)$  と平面  $ax + by + cz + d = 0$  との距離:

$$\frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \frac{ax_1 + by_1 + cz_1 + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$8. \text{ だ円 } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ 上の点 } (x_1, y_1) \text{ における接線: } \frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} = 1$$

$$9. \text{ 双曲線 } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ 上の点 } (x_1, y_1) \text{ における接線: } \frac{x_1 x}{a^2} - \frac{y_1 y}{b^2} = 1$$

## (ベクトルと行列)

$$10. \text{ 2つのベクトルのなす角: } \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

$$11. \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}, \quad (ad-bc \neq 0)$$

## (複 素 数)

12. 極形式表示:  $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ , ( $r = |z|$ ,  $\theta = \arg z$ )

13.  $z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$ ,  $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$  に対し,

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 \{ \cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2) \}$$

14. ド・モアブルの公式:  $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$  に対し,

$$z^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

## (対 数)

15.  $\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$

## (三 角 関 数)

16.  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

17.  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$

18.  $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$

19.  $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \}$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) \}$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) \}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) \}$$

20.  $\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$

$$\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

21.  $a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$ , ( $\sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ,  $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ )

## (数 列)

22. 初項  $a$ , 公差  $d$ , 項数  $n$  の等差数列の和:  $S_n = \frac{1}{2} n(a + l) = \frac{1}{2} n \{ 2a + (n-1)d \}$ , ( $l = a + (n-1)d$ )

23. 初項  $a$ , 公比  $r$ , 項数  $n$  の等比数列の和:  $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ , ( $r \neq 1$ )

24.  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$

$$1^3 - 2^3 + 3^3 - \cdots - n^3 = \left\{ \frac{1}{2} n(n-1) \right\}^2$$

(極 限)

$$25. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e = 2.71828 \dots$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

(微 積 分)

$$27. \{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$$

$$28. x = f(y) \text{ のとき } \frac{dy}{dx} = \left(\frac{dx}{dy}\right)^{-1}$$

$$29. x = x(t), y = y(t) \text{ のとき } \frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)}$$

$$30. (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, (\log x)' = \frac{1}{x}$$

$$31. \int f(g(t))g'(t)dt = \int f(x)dx$$

$$32. \int f'(x)g(x)dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)dx$$

$$33. \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \log |f(x)| + C$$

$$34. \int \log x dx = x \log x - x + C$$

$$35. \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{4} \pi a^2 (a > 0), \int_0^a \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{\pi}{4a}$$

$$36. \text{回転体の体積: } V = \pi \int_a^b \{f(x)\}^2 dx$$

$$37. \text{曲線の長さ: } \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt, (x = x(t), y = y(t), a = x(\alpha), b = x(\beta))$$

(順列・組合せ)

$$38. {}_n C_r = {}_{n-1} C_r + {}_{n-1} C_{r-1}, (1 \leq r \leq n-1)$$

$$39. (a+b)^n = \sum_{r=0}^n {}_n C_r a^{n-r} b^r$$

(確 率)

$$40. \text{確率 } p \text{ の事象が } n \text{ 回の試行中 } r \text{ 回起る確率: } P_r = {}_n C_r p^r q^{n-r}, (q = 1-p)$$

$$41. \text{期待値: } E = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$