

1

理科系

受 験 番 号

32 数 学

答 案 紙

受験番号

1 e を自然対数の底とする。 $e \leq p < q$ のとき、不等式

$$\log(\log q) - \log(\log p) < \frac{q-p}{e}$$

が成り立つことを証明せよ。

1

(解答欄)

2

理 科 系

受 験 番 号

32 数 学

答 案 紙

受験番号

2 閉区間 $[0, 2\pi]$ 上で定義された x の関数 $f(x) = \int_0^\pi \sin\left(|t - x| + \frac{\pi}{4}\right) dt$ の最大値および最小値とそのときの x の値をそれぞれ求めよ。

2 (解答欄)

3

理科系

受 験 番 号

32 数 学

答 案 紙

受験番号

3

 $\triangle ABC$ の外心(外接円の中心) O が三角形の内部にあるとし、 α , β , γ は

$$\alpha \overrightarrow{OA} + \beta \overrightarrow{OB} + \gamma \overrightarrow{OC} = \vec{0}$$

を満たす正数であるとする。また、直線 OA , OB , OC がそれぞれ辺 BC , CA , AB と交わる点を A' , B' , C' とする。

(1) $\overrightarrow{OA}$, α , β , γ を用いて $\overrightarrow{OA'}$ を表せ。

(2) $\triangle A'B'C'$ の外心が O に一致すれば $\alpha = \beta = \gamma$ であることを示せ。

3

(解答欄)

4

(a)

理科系

受 験 番 号

32 数 学

答 案 紙

受験番号

第4問は選択問題である。つぎの[4](a)または別紙の[4](b)のいずれか一方を選んで解答せよ。

4

(a) n を3以上の自然数とする。有限複素数列 $z_1, z_2, \dots, z_n$ の各項はいずれも方程式 $z^6 = 1$ の解の一つであり、かつ、関係式 $z_1 + z_2 + \dots + z_n = 0$ を満たしているとする。

(1) $z_1, z_2, \dots, z_n$ の中に1が含まれ、 -1 が含まれていないとすれば、 $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ はいずれも $z_1, z_2, \dots, z_n$ の中に含まれることを示せ。

(2) $n = 6$ のとき、(1)のような複素数列 $z_1, z_2, \dots, z_6$ のとり方の個数を求めよ。

4

(b)

理科系

受 験 番 号

32 数 学

答 案 紙

受験番号

第 4 問は選択問題である。つぎの 4(b) または別紙の 4(a) のいずれか一方を選んで解答せよ。

4

(b) 数直線上の原点 O から出発して、硬貨を投げながら駒を整数点上動かすゲームを考える。毎回硬貨を投げて表が出れば $+1$ ，裏が出れば -1 ，それぞれ駒を進めるとする。ただし，点 -1 または点 3 に着いたときは以後そこにとどまるものとする。

(1) k 回目に硬貨を投げたあと，駒が点 1 にある確率を求めよ。

(2) k 回目に硬貨を投げたあと，駒がある点 X_k の期待値 $E[X_k]$ を求めよ。