

1

理科系

受 験 番 号				

32 数 学

答 案 紙

受験番号					
------	--	--	--	--	--

1 2 次方程式 $x^2 - px - q = 0$ は実数解 α, β を持つものとする。座標平面上の点列 $\{P_n(a_n, b_n)\} (n = 0, 1, 2, \dots)$ を次のように定める。 $(a_0, b_0) = (0, 0)$,

$$\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q & p \\ pq & p^2 + q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) P_2, P_3 の座標を α のみを用いて表せ。
- (2) P_n の座標を α のみを用いて表せ。
- (3) $n \rightarrow \infty$ のとき, $P_n(a_n, b_n)$ がある点 $P(a, b)$ に収束するための必要十分条件を α に関する条件として与え, その点 $P(a, b)$ を求めよ。

1 (解答欄)

2

理科系

受 験 番 号				

32 数 学

--

答 案 紙

受験番号					
------	--	--	--	--	--

2 O を原点とする座標平面上の、半径 1 の円周 $A : x^2 + y^2 = 1$ と直線 $\ell : y = d$ ($0 < d < 1$) との交点を P, Q とする。円周 A 上の点 $R(x, y)$ は $y > d$ の範囲を動く。線分 OR と線分 PQ の交点を S, 点 R から線分 PQ へ下ろした垂線の足を T とするとき、線分 ST の長さの最大値を d を用いて表せ。

2 (解答欄)

3

理科系

受 験 番 号				

32 数 学

--

答 案 紙

受験番号					
------	--	--	--	--	--

- 3 サイコロを n 回投げて、3 の倍数が k 回出る確率を $P_n(k)$ とする。各 n について、 $P_n(k)$ を最大にする k を $N(n)$ とする。ただし、このような k が複数あるときは、最も大きいものを $N(n)$ とする。
- (1) $\frac{P_n(k+1)}{P_n(k)}$ を求めよ。
- (2) $n \geq 2$ のとき、 $\frac{N(n)}{n}$ を最小にする n と、そのときの $\frac{N(n)}{n}$ の値を求めよ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N(n)}{n}$ を求めよ。

3 (解答欄)

4

(a)

理科系

受 験 番 号				

(a)

--

32 数 学

答 案 紙

受験番号					
------	--	--	--	--	--

第 4 問は選択問題である。つぎの 4(a) または別紙の 4(b) のいずれか一方を選んで解答せよ。

4

(a) (1) 平行四辺形 ABCD において、 $AB = CD = a$ 、 $BC = AD = b$ 、 $BD = c$ 、 $AC = d$ とする。

このとき、 $a^2 + b^2 = \frac{1}{2}(c^2 + d^2)$ が成り立つことを証明せよ。

(2) 3 つの正数 a, b, c ($0 < a \leq b \leq c$) が $a^2 + b^2 > c^2$ を満たすとき、各面の三角形の辺の長さを a, b, c とする四面体が作れることを証明せよ。

4

(a) (解答欄)

答 案 紙

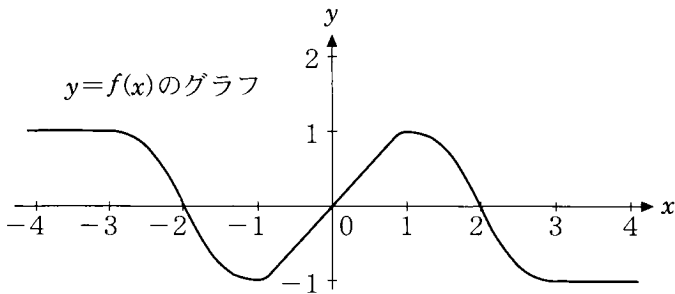
受験番号					
------	--	--	--	--	--

第4問は選択問題である。つぎの4(b)または別紙の4(a)のいずれか一方を選んで解答せよ。

- 4

(b)

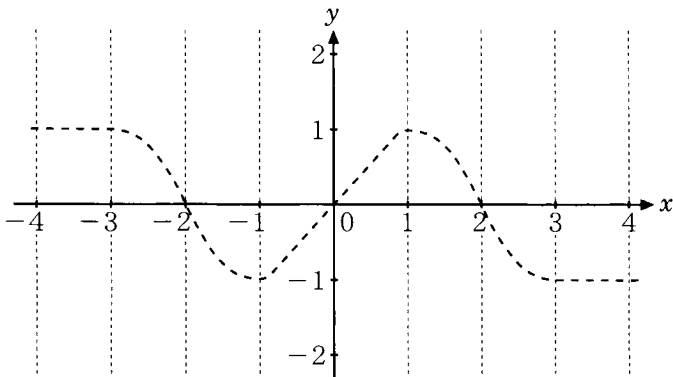
各点で微分可能な関数 $y=f(x)$ のグラフが右の図で与えられている。このとき、 $y=f'(x)$ と $y=\int_0^x f(t)dt$ のグラフの概形を解答欄の所定の位置に描け。また、そのようなグラフを描いたポイントを列挙して説明せよ。



- 4

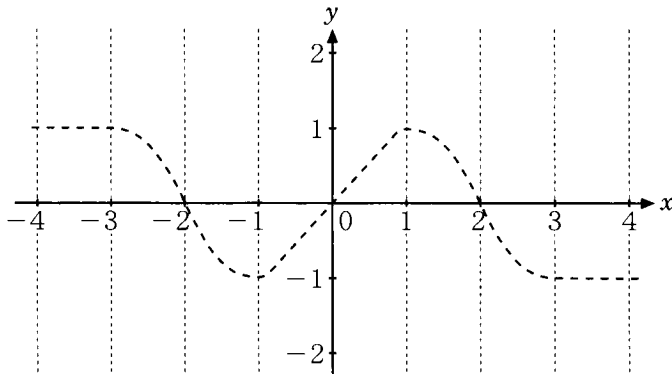
(b) (解答欄)

(1) $y=f'(x)$ のグラフを描く欄



上のようなグラフを描いたポイントとその説明

(2) $y=\int_0^x f(t)dt$ のグラフを描く欄



上のようなグラフを描いたポイントとその説明