

文科系

平成 22 年度 入学試験問題・答案紙・数学公式集

数 学

(文・教・法・経・情—社会)

2 月 26 日(金) 10:00—11:30

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この冊子を開いてはいけない。
2. 冊子の枚数は表紙を含めて 12 枚(そのうち問題紙 1 枚、答案紙 3 枚、数学公式集 3 枚)である。
3. 落丁、乱丁、印刷不鮮明な箇所などがあつたら、ただちに申し出よ。
4. 解答にかかる前にこの冊子左端の折り目をていねいに切り離し、すべての答案紙の所定の 2 箇所に受験番号を記入せよ。
5. 解答は必ず各問題別の答案紙の表の所定の欄に記入し、裏に記入してはいけない。
6. この冊子の答案紙以外の余白は、草稿用を使用してよい。
7. 数学公式集は問題と無関係に、文科系、理科系の区別なく作成されたものであるが、答案作成にあたって利用してよい。
8. 試験終了後退室の許可があるまでは、退室してはいけない。
9. 答案紙は持ち帰ってはいけない。その他は持ち帰ってよい。

問 題 紙

1 xy 平面上の長方形 ABCD が次の条件 (a), (b), (c) をみたしているとする。

- (a) 対角線 AC と BD の交点は原点 O に一致する。
- (b) 直線 AB の傾きは 2 である。
- (c) A の y 座標は, B, C, D の y 座標より大きい。

このとき, $a > 0$, $b > 0$ として, 辺 AB の長さを $2\sqrt{5}a$, BC の長さを $2\sqrt{5}b$ とおく。

- (1) A, B, C, D の座標を a, b で表せ。
- (2) 長方形 ABCD が領域 $x^2 + (y - 5)^2 \leq 100$ に含まれるための a, b に対する条件を求め, ab 平面上に図示せよ。

2 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

により定める。

- (1) a, b は実数とする。 $y = ax + b$ のグラフと $y = f(x)$ のグラフがちょうど 2 つの交点を持つための a, b に対する条件を求めよ。
- (2) p, q は実数で $p > 0$ とする。 $y = x^3 + 6px^2 + 9p^2x + q$ のグラフと $y = f(x)$ のグラフがちょうど 4 つの交点を持つための p, q に対する条件を求め, pq 平面上に図示せよ。

3 はじめに, A が赤玉を 1 個, B が白玉を 1 個, C が青玉を 1 個持っている。表裏の出る確率がそれぞれ $\frac{1}{2}$ の硬貨を投げ, 表が出れば A と B の玉を交換し, 裏が出れば B と C の玉を交換する, という操作を考える。この操作を n 回 ($n = 1, 2, 3, \dots$) くり返した後に A, B, C が赤玉を持っている確率をそれぞれ a_n, b_n, c_n とおく。

- (1) $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ を求めよ。
- (2) $a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1}$ を a_n, b_n, c_n で表せ。
- (3) n が奇数ならば $a_n = b_n > c_n$ が成り立ち, n が偶数ならば $a_n > b_n = c_n$ が成り立つことを示せ。
- (4) b_n を求めよ。