

平成 21 年 度
入学者選抜学力試験問題

前 期 日 程

数 学

注 意

1. 解答用紙表紙の※印欄は，受験者が記入すること。
受験番号は，本学受験票の受験番号欄に記入してあるとおりに書くこと。
※印欄以外の箇所には，受験番号・氏名を絶対に書かないこと。
2. 問題冊子及び解答用紙は，「解答始め」の指示があるまで開いてはならない。
3. **理学部志願者**が解答すべき問題は I，II，III の 3 問題である。
生活環境学部志願者が解答すべき問題は IV，V，VI の 3 問題である。
4. 解答は，別冊子の解答用紙に記入すること。
解答用紙左上の問題番号を確認し，問題に対応する解答用紙のみに記入すること。
5. 試験終了後，この問題冊子と下書用紙は持ち帰ること。
6. 総ページ数
問題冊子——6 ページ
解答用紙——6 ページ
下書用紙——1 枚

I (理)

(1) 2 次正方行列 A が, $A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ かつ $A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ をみたすとき,
 A を求めよ.

(2) p, q は定数で, q は 0 でないとする. 2 次正方行列 A が, $A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
かつ $A \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ をみたすとき, $A^2 = A$ であることを示せ.

II (理)

直線 $y = 2x$ を ℓ_1 とし、直線 $y = -x$ を ℓ_2 とする。 k を定数とし、直線 $y = kx + 1$ を ℓ とする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) 直線 ℓ と 2 直線 ℓ_1, ℓ_2 との交点の y 座標が、ともに正となるような k の値の範囲を求めよ。
- (2) k の値が (1) で求めた範囲にあるとき、3 直線 ℓ_1, ℓ_2, ℓ で囲まれた部分の面積 S を求めよ。
- (3) (1) で求めた k の値の範囲で、 S を最小にする k の値と S の最小値を求めよ。

III (理)

100 枚のカードに、1 から 100 までの番号がつけられている．これらのカードをすべて袋に入れる．この袋からカードを 1 枚取り出し、そのカードの番号を X とする．取り出したカードを袋に戻し、再び袋からカードを 1 枚取り出し、そのカードの番号を Y とする．このとき次の問いに答えよ．

- (1) $X + Y$ が偶数となる確率を求めよ．
- (2) $X + Y \leq 5$ となる確率を求めよ．
- (3) $X + Y \leq n$ となる確率が $\frac{1}{4}$ であるような自然数 n は存在しないことを示せ．

IV (環)

(1) 4^7 を 27 で割ったときの余りを求めよ.

(2) 4^{31} を 27 で割ったときの余りを求めよ.

V (環)

立方体の頂点の 1 つを A とし、 A を含む 3 つの面を正方形 $ABEC$ 、正方形 $ACFD$ 、正方形 $ADGB$ とする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) 辺 BE 、 EC の中点をそれぞれ P 、 Q とし、辺 CF 、 FD の中点をそれぞれ R 、 S とする。このとき、 PQ を $2:1$ に外分する点と RS を $1:2$ に外分する点が一一致することを示せ。
- (2) さらに辺 DG 、 GB の中点をそれぞれ T 、 U とすると、6 個の点 P 、 Q 、 R 、 S 、 T 、 U は同じ平面上にあることを示せ。

VI (環)

関数 $f(x) = \frac{3^x + 3^{-x}}{2}$ について、次の問いに答えよ.

- (1) つねに $f(x) \geq 1$ が成り立つことを示せ.
- (2) 1 以上の定数 k に対し、方程式 $f(x) = k$ を解け.
- (3) 正の定数 a に対し、方程式 $f(x) = 2\{f(a)\}^2 - 1$ の正の解を求めよ.