

平成 23 年度
入学者選抜学力試験問題

前期日程

数 学

注 意

1. 解答用紙表紙の※印欄は，受験者が記入すること。
受験番号は，本学受験票の受験番号欄に記入してあるとおりに書くこと。
※印欄以外の箇所には，受験番号・氏名を絶対に書かないこと。
2. 問題冊子及び解答用紙は，「解答始め」の指示があるまで開いてはならない。
3. 理学部志願者が解答すべき問題は I，II，III の 3 問題である。
生活環境学部志願者が解答すべき問題は IV，V，VI の 3 問題である。
4. 解答は，別冊子の解答用紙に記入すること。
解答用紙左上の問題番号を確認し，問題に対応する解答用紙のみに記入すること。
5. 試験終了後，この問題冊子と下書用紙は持ち帰ること。
6. 総ページ数
問題冊子——6 ページ
解答用紙——6 ページ
下書用紙——1 枚

I (理)

三角形 ABC において、 $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CA} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{c}$ とおく. $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ は,
 $\vec{b} \cdot \vec{c} = -4$, $\vec{c} \cdot \vec{a} = -3$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -5$ をみたしている. 以下の問いに答えよ.

- (1) $\vec{c}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ.
- (2) 三角形 ABC の辺 BC, CA の長さを求めよ.
- (3) 三角形 ABC の面積 S を求めよ.

II (理)

さいころを n 回投げたとき 1 の目が出る回数が奇数である確率を p_n とおく. 以下の問いに答えよ.

(1) p_1, p_2, p_3 を求めよ.

(2) $p_{n+1} = \frac{2}{3} p_n + \frac{1}{6}$ が成り立つことを示せ.

(3) p_n を求めよ.

III (理)

- (1) 関数 $y = x \log x$ ($\frac{1}{3} \leq x \leq 1$) の増減, 凹凸を調べて, そのグラフをかけ.
ただし対数は自然対数とする. また自然対数の底 e は, $2 < e < 3$ をみたま.
- (2) 定積分 $\int_{\frac{1}{3}}^1 x \log x \, dx$ を求めよ.

IV (環)

円に内接する四角形 $ABCD$ において $AB = 1$, $BC = 2$, $CD = 3$, $DA = 4$ であるとする. AC と BD の交点を E とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) BD の長さを求めよ.
- (2) $BE : ED$ を求めよ.
- (3) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BE}$ を求めよ.

V (環)

a, b は実数で $a < b$ をみたすものとする. $f(x) = 2x^3 - 3(a+b)x^2 + 6abx$ とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 関数 $f(x)$ の極大値と極小値を求めよ.
- (2) x についての 3 次方程式 $f(x) = 0$ が異なる 3 つの実数解をもつとき a, b のとり得る値の範囲を求め, ab 平面上に図示せよ.

VI (環)

直線 $\ell: y = x$ 上を動く点 P と、 P で ℓ と接する円 C_1 を考える. P の座標を (t, t) , C_1 の中心の座標を (a, b) とする. ただし $t > 0$, $a > b$ とする. 以下の問いに答えよ.

(1) 以下の (i), (ii) に答えよ.

(i) $a + b$ を t を用いて表せ.

(ii) C_1 の半径を a, b を用いて表せ.

(2) 中心が $(1, -1)$ の円 C_2 も ℓ と接しているとする.

C_1 が, さらに C_2 に接しているとする. 以下の (i), (ii) に答えよ.

(i) $(a + b)^2 = 8(a - b)$ を示せ.

(ii) b の最大値を求めよ.