平成27年度

入学者選抜学力試験問題

前期日程

数　　学

注　　意

1. 解答用紙表紙の※印欄は，受験者が記入すること．
   受験番号は，本学受験票の受験番号欄に記入してあるとおりに書くこと．
   ※印欄以外の箇所には，受験番号・氏名を絶対に書かないこと．
2. 問題冊子及び解答用紙は，「解答始め」の指示があるまで開かないこと．
3. **理学部志願者**が解答すべき問題はI，II，IIIの3問題である．
   生活環境学部志願者が解答すべき問題はIV，V，VIの3問題である．
4. 解答は，別冊子の解答用紙に記入すること．
   解答用紙左上の問題番号を確認し，問題に対応する解答用紙のみに記入すること．
5. 試験終了後，この問題冊子と下書用紙は持ち帰ること．
6. 総ページ数
   問題冊子——6ページ
   解答用紙——6ページ
   下書用紙——1枚

Ⅰ　(理学部)

平面上に三角形 ABC と点 P があり，点 P は

$$4\left(\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\overrightarrow{\mathrm{CP}}\right)=\overrightarrow{\mathrm{CB}}$$

をみたしているとする．辺 AB，AC の中点をそれぞれ M，N とする．$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ とおく．次の問いに答えよ．

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\vec{b}$ と $\vec{c}$ を用いて表せ．

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{MP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{NP}}$ を $\vec{b}$ と $\vec{c}$ を用いて表せ．

(3)　線分の長さの比 MP : NP を求めよ．

(4)　三角形 PAB，PBC，PCA の面積をそれぞれ S，T，U とする．面積の比 $S:T$ と $T:U$ を求めよ．

II　（理学部）

n を自然数とする．n 個の白球，n 個の赤球，1 から n までの数字が 1 つずつ書かれた n 枚のカードがある．次の［1］,［2］,［3］の操作を順に行う．

［1］n 枚のカードから 1 枚取り出す．
［2］取り出されたカードに書かれた数字と同じ個数の赤球と n 個の白球を袋に入れる．
［3］袋から 1 個の球を取り出す．

このとき，取り出された球が白球である確率を P_n とおく．次の問いに答えよ．

(1)　P_1，P_2 をそれぞれ求めよ．

(2)　定積分を利用して，$\lim_{n\to\infty} P_n$ を求めよ．

III　（理学部）

a，b を正の実数とする．$f(x) = x(x+a)(x-b)$ とする．区間 $-a \leqq x \leqq 0$ において曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を S_1 とし，区間 $0 \leqq x \leqq b$ において曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を S_2 とする．次の問いに答えよ．

(1)　S_1 を a と b を用いて表せ．

(2)　$S_1 = S_2$ のとき，$a = b$ となることを示せ．

(3)　$S_1 = S_2$ のとき，$f(x)$ は奇関数となることを示せ．また，$f(x)$ が奇関数のとき，$S_1 = S_2$ となることを示せ．ただし，$f(x)$ が奇関数であるとは，どのような x の値に対しても等式 $f(-x) = -f(x)$ が成り立つことである．

IV　（生活環境学部）

a，b を実数とする．$f(x) = x^2 - 6x + a$，$g(x) = -x^2 + 9x + b$ とする．次の問いに答えよ．

(1)　さいころを 1 個投げて出た目を k とするとき

$$f(k) \leqq 0$$

となる確率が $\dfrac{1}{2}$ である a のとり得る値の範囲を求めよ．

(2)　さいころを 1 個投げて出た目を k とするとき

$$f(k) \leqq 0 \text{ かつ } g(k) \geqq 0$$

となる確率が $\dfrac{1}{2}$ である a，b のとり得る値の範囲を求めよ．

V　（生活環境学部）

原点を中心とする半径 1 の円 C と，点 A $(2,\ 0)$ を中心とする半径 1 の円 C_1 がある．円 C 上の点 P $(\cos\theta,\ \sin\theta)$ をとり，P を中心とする半径 1 の円を C_2 とする．次の問いに答えよ．

(1)　円 C_1 と円 C_2 が異なる 2 点で交わるとき，$\cos\theta$ のとり得る値の範囲を求めよ．

(2)　円 C_1 と円 C_2 が異なる 2 点で交わるとき，その 2 点と点 P を頂点とする三角形の面積を S とする．以下の (i)，(ii) に答えよ．

(i)　S を θ を用いて表せ．

(ii)　S の最大値を求めよ．

VI　（生活環境学部）

a，b を実数とする．$f(x)=x^2+ax+b$，$g(x)=x^2+bx+a$ とする．2 次方程式 $f(x)=0$ が実数解をもつとする．その実数解の 1 つが 2 次方程式 $g(x)=0$ の 1 つの解の逆数であるとする．次の問いに答えよ．

(1)　$f(x)=0$ の解と $g(x)=0$ の解をそれぞれ a を用いて表せ．

(2)　$a>0$ とする．直線 $y=x-1$ と放物線 $y=f(x)$ で囲まれる図形の面積を S_1 とし，直線 $y=x-1$ と放物線 $y=g(x)$ で囲まれる図形の面積を S_2 とする．$S_1:S_2=27:8$ となるとき，a の値を求めよ．