

平成 31 年 度
入学者選抜学力試験問題

前 期 日 程

数 学

注 意

1. 解答用紙表紙の※印欄は，受験者が記入すること。
受験番号は，本学受験票の受験番号欄に記入してあるとおりに書くこと。
※印欄以外の箇所には，受験番号・氏名を絶対に書かないこと。
2. 問題冊子及び解答用紙は，「解答始め」の指示があるまで開かないこと。
3. 理学部志願者が解答すべき問題は I，II，III の 3 問題である。
生活環境学部志願者が解答すべき問題は IV，V，VI の 3 問題である。
4. 解答は，別冊子の解答用紙に記入すること。
解答用紙左上の問題番号を確認し，問題に対応する解答用紙のみに記入すること。
5. 試験終了後，この問題冊子と下書用紙は持ち帰ること。
6. 総ページ数
問題冊子——6 ページ
解答用紙——6 ページ
下書用紙——1 枚

I (理学部)

座標平面上に原点 O を中心とする半径 1 の円 C をとり、その外部に点 $P(a, b)$ をとる。点 P から円 C に 2 本の接線を引き、その 2 つの接点をそれぞれ (x_1, y_1) , (x_2, y_2) とする。 2 点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) を通る直線を l とする。直線 l 上の点 Q を円 C の外部にとる。上と同様に、点 Q から円 C に 2 本の接線を引き、その 2 つの接点を通る直線を m とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $ax_1 + by_1 = 1$, $ax_2 + by_2 = 1$ を示せ。
- (2) 直線 l の方程式は $ax + by = 1$ であることを示せ。
- (3) 直線 m は点 P を通ることを示せ。
- (4) 三角形 OPQ が正三角形となるとき、線分 OP の長さを求めよ。

II (理学部)

n を 2 以上の整数とする. 1 つのさいころを n 回投げ, 出た目を 1 回目から順に $x_1, x_2, \dots, x_n$ とする. それらの積 $x_1 x_2 \dots x_n$ がちょうど 6 になる確率を $p(n)$, 6 以下になる確率を $q(n)$ とする. 以下の問いに答えよ.

(1) $p(2), q(2)$ を求めよ.

(2) $p(n), q(n)$ を求めよ.

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{p(n)}{q(n)}$ を求めよ.

III (理学部)

座標平面上の2つの曲線 $C_1 : y = \log x$, $C_2 : y = \frac{1}{2} \log 2x$ を考える. ただし, 対数は自然対数とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 曲線 C_1 と C_2 の共有点の座標を求めよ.
- (2) 曲線 C_1 と C_2 の両方に接する直線の方程式を求めよ.
- (3) (2) で求めた直線と, 曲線 C_1 および C_2 で囲まれた部分の面積を求めよ.

IV (生活環境学部)

t を $0 < t < 1$ をみたす実数とする. 1 辺の長さが 1 の正四面体 $OABC$ において, 辺 BC の中点を D とし, 辺 OA を $t:(1-t)$ に内分する点を E とする. $\angle AOD = \alpha$, $\angle ODE = \beta$ とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) $\sin \alpha$ の値を求めよ.
- (2) 線分 BE , 線分 DE の長さをそれぞれ t を用いて表せ.
- (3) $\sin \beta$ の値を t を用いて表せ.

V (生活環境学部)

n を正の整数とする．以下の問いに答えよ．

- (1) $1, 2, \dots, 2n$ から， 2 で割ったときの余りが異なる 2 個の数を取り出して作った積をすべて足し合わせた値を $S(n)$ とする．たとえば，

$$S(1) = 1 \times 2 = 2$$

$$S(2) = 1 \times 2 + 1 \times 4 + 3 \times 2 + 3 \times 4 = 24$$

$$S(3) = 1 \times 2 + 1 \times 4 + 1 \times 6 + 3 \times 2 + 3 \times 4 + 3 \times 6 + 5 \times 2 + 5 \times 4 + 5 \times 6 = 108$$

である．以下の (i), (ii) に答えよ．

(i) $S(4)$ を求めよ．

(ii) $S(n)$ を求めよ．

- (2) $1, 2, \dots, 3n$ から， 3 で割ったときの余りが異なる 2 個の数を取り出して作った積をすべて足し合わせた値を $T(n)$ とする． $T(n)$ を求めよ．

VI (生活環境学部)

以下の問いに答えよ.

- (1) 次の不等式を解け.

$$(\log_2 x)^2 - 4\log_2 x + 3 \leq 0$$

- (2) x が (1) で求めた範囲にあるとき,

$$f(x) = \left(\log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{3}\right) \left(\log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{4}\right)$$

の最大値と最小値, およびそのときの x の値を求めよ.

